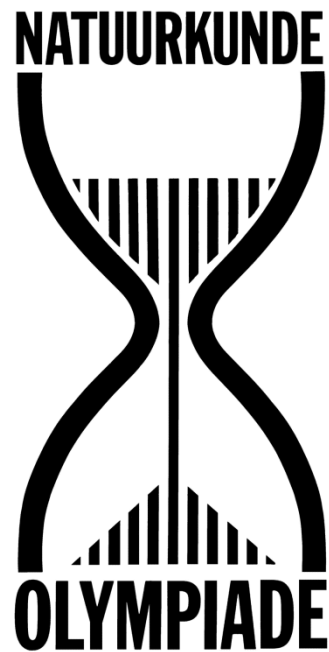


Eindronde Natuurkunde Olympiade 2022



Theorietoets Deel 1

<i>symbool</i>	<i>naam</i>	<i>waarde</i>
G	gravitatieconstante	$6,67384 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$
g	valversnelling (gemiddeld in Nederland)	$9,81 \text{ ms}^{-2}$
p_0	standaarddruk	$1,01325 \cdot 10^5 \text{ Pa}$
V_m	molair volume	
	• (ideaal gas bij $T = 273,15 \text{ K}$ en $p = p_0$)	$2,2413968 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3 \text{ mol}^{-1}$
	• (gasvormige stof bij $T = 298 \text{ K}$ en $p = p_0$)	$2,45 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3 \text{ mol}^{-1}$
$0 \text{ }^\circ\text{C}$	smeltpunt van ijs ($p = p_0$)	$273,15 \text{ K}$
N_A	constante van Avogadro	$6,02214129 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
R	gasconstante	$8,3144621 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$
k_B	constante van Boltzmann	$1,3806488 \cdot 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$
σ	constante van Stefan-Boltzmann	$5,670373 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$
k_W	constante van Wien	$2,8977721 \cdot 10^{-3} \text{ m K}$
h	constante van Planck	$6,62606957 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$
c	lichtsnelheid	$2,99792458 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$ (per definitie)
ϵ_0	elektrische permittiviteit van het vacuüm	$8,854187817 \cdot 10^{-12} \text{ F m}^{-1}$
f	constante in de wet van Coulomb	$8,987551787 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2 \text{ C}^{-2}$ $f = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$
μ_0	magnetische permeabiliteit van vacuüm	$1,25664 \cdot 10^{-6} \text{ H m}^{-1}$ $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H m}^{-1}$ (per definitie)
e	elementair ladingsquantum	$1,602176565 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
F	constante van Faraday	$9,64853365 \cdot 10^4 \text{ C mol}^{-1}$ $F = eN_A$
a_0	atoomstraal H-atoom (volgens Bohr)	$5,2917721092 \cdot 10^{-11} \text{ m}$
R_H	rydbergconstante voor waterstof	$1,096775834 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$

	u	10^{-27} kg	MeV
atomaire massa-eenheid	1	1,66054	931,49
rustmassa proton	1,007276	1,67262	938,27
rustmassa neutron	1,008665	1,67493	939,56
rustmassa elektron	0,00054858	0,000910939	0,51

1 Plutonium (5 pt)

Plutonium is een radioactief element.

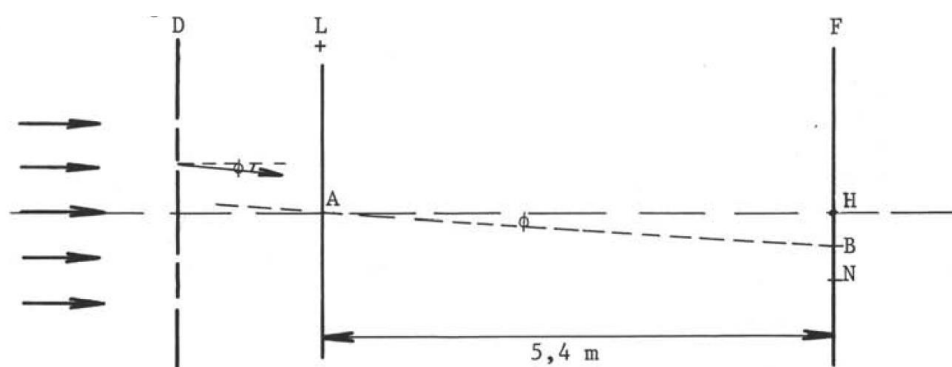
Pu^{239} vervalt met een halveringstijd van $t_{1/2} = 24.000$ jaar.

Bij dit verval komt een α -deeltje vrij.

- Bereken de flux-dichtheid van α -deeltjes (= het aantal deeltjes dat vrijkomt per seconde en per eenheid van oppervlak) vlak bij een plaat Pu^{239} .

Gegevens: De plaat heeft een dikte van $d = 1,0$ mm. De lengte en breedte zijn veel groter dan de dikte. De dichtheid van plutonium is $\rho = 19,8 \cdot 10^3$ kg/m³. Eén atoom Pu^{239} heeft een massa van $m_0 = 3,84 \cdot 10^{-25}$ kg.

2 Interferentie (5 pt)



In een scherm D bevinden zich 4 zeer nauwe, evenwijdige spleten op onderlinge afstanden van resp. 2,7 mm, 5,4 mm en 2,7 mm. Het scherm D wordt verlicht met een evenwijdige bundel monochromatisch licht van golflengte $0,48 \mu\text{m}$. Het licht valt loodrecht in op het scherm. Achter elke spleet treedt buiging op, waardoor op een ver verwijderd scherm de bijdragen van de 4 spleten aanleiding geven tot een interferentiepatroon. Dit patroon wordt dichtbij zichtbaar gemaakt in het brandvlak F van de lens L, die een brandpuntsafstand heeft van 5,4 m.

De lichtstralen, die ongebogen de spleten verlaten, komen dus samen in het hoofdbrandpunt H en geven daar aanleiding tot een intensiteit I_H .

- (a) Construeer in een fasediagram uit de deelamplituden der 4 spleten de totale amplitude, die aanleiding geeft tot I_H .

Stralen, die onder een hoek $\phi = 2,0 \cdot 10^{-4}$ radiaal met AH de spleten verlaten, komen terecht in het bijbrandpunt B en geven daar een intensiteit I_B .

- (b) Construeer in een fasediagram uit de deelamplituden der 4 spleten de totale amplitude, die aanleiding geeft tot I_B . Druk vervolgens I_B uit in I_H .
- (c) Bereken op dezelfde wijze (via de constructie van de totale amplitude) de lichtintensiteit I_N in het punt N, gelegen 1 mm beneden B.

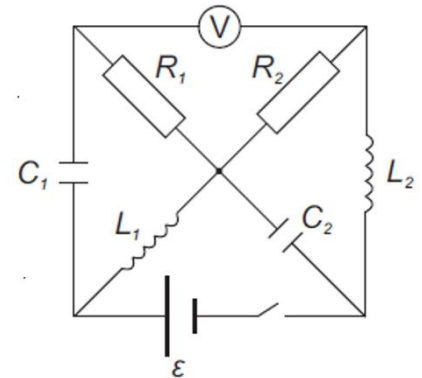
3 RLC-circuit (5 pt)

In de figuur geldt voor de componenten:

$R_1 = 3R, R_2 = R, C_1 = C_2$ en $L_1 = L_2$. De spanning van de spanningsbron is ϵ .

De schakelaar is in eerste instantie gesloten en de schakeling werkt al een tijdje.

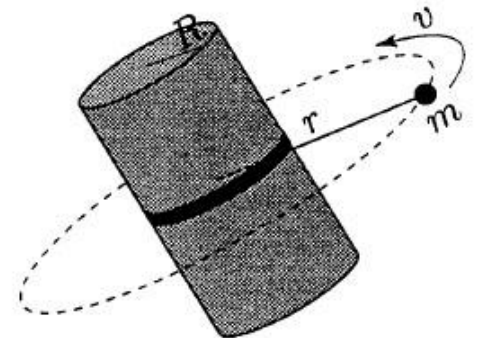
- Leg uit wat de voltmeter in deze situatie aangeeft. De schakelaar wordt nu geopend.
- Leg uit wat de voltmeter direct na het openen van de schakelaar aangeeft.
- Bepaal van elke weerstand de warmte die wordt gedissipeerd na het openen van de schakelaar en tot een nieuw evenwicht is bereikt.



4 Satelliet (5 pt)

Een massieve satelliet die om haar as roteert bevindt zich in een gewichtsloze toestand. Aan het oppervlak van de satelliet is een mechanisme in de vorm van een ringband aangebracht.

Aan deze ringband is een massa m zodanig aan een koord bevestigd, dat deze roteert met een snelheid v op een afstand r van de as van de satelliet (zie de figuur). De beginsnelheid van massa m is v_0 en de beginstraal is r_0 . Met het mechanisme kan het koord ingehaald worden, zodat de omwentelingsstraal van massa m afneemt. Het middelpunt van rotatie van de massa blijft dezelfde en je mag aannemen dat de massa van de satelliet heel veel groter is dan de massa m .



- Bepaal de oorspronkelijke spanning in het koord,
- Veronderstel dat het koord met constante snelheid wordt ingehaald, met andere woorden, r neemt vanaf de beginwaarde r_0 uniform af. Welke behoudswet geldt er dan? Geef een uitdrukking voor de snelheid v van de massa m als functie van r, r_0 en de beginsnelheid v_0 .
- Indien het koord bij een maximale spankracht F_{max} breekt en de straal van de satelliet R is, aan welke voorwaarden moet dan voldaan worden om de massa binnen de satelliet te brengen?
- Bereken de arbeid die verricht moet worden om de massa m van straal r_0 tot straal R te brengen.

5 Snelheidsverdeling in een gas (5 pt)

In een gas hebben de deeltjes verschillende snelheden. De verdelingsfunctie van de snelheden ziet er als volgt uit:

$$f(v) = Av^3 e^{-av^2}$$

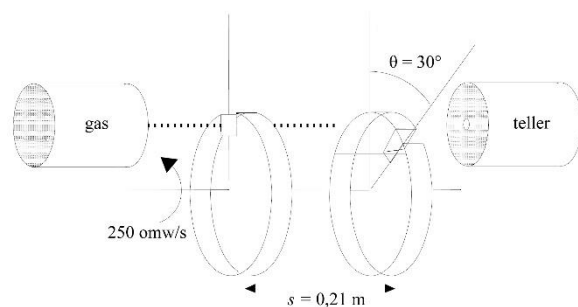
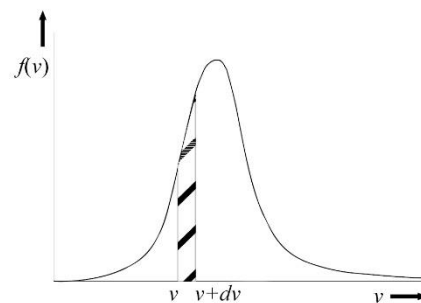
De verdelingsfunctie is zodanig dat $f(v)dv$ het aantal deeltjes voorstelt dat een snelheid bezit tussen v en $v + dv$.

A is een (normerings)constante en $\alpha = \frac{M}{2RT}$,

waarin M de molaire massa is, R de gasconstante en T de absolute temperatuur van het gas.

Een smalle bundel moleculen van een gas met een temperatuur van 500 K, wordt door een apparaat geleid dat bestaat uit twee schijven die met dezelfde snelheid ronddraaien. In de schijven zit een uitsparing die de bundel kan doorlaten. De tweede uitsparing is 30° verschoven t.o.v. de eerste. De onderlinge afstand van de schijven is 0,21 m. Het maximaal aantal moleculen dat doorgelaten wordt, wordt gevonden als de schijven 250 omwentelingen per seconde maken.

- Bereken de molaire massa M van het gas.

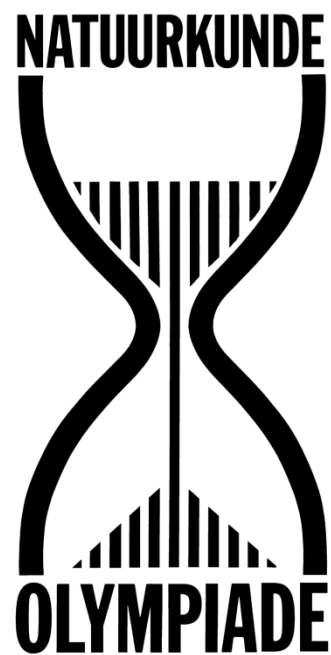


6 Waterstofatoom (5 pt)

Volgens de quantumtheorie hangt de straal van het waterstofatoom af van de grootheden e (elementaire lading), ϵ_0 (elektrische permittiviteit in vacuüm), h (constante van Planck) en m (massa van het elektron).

- Leid d.m.v. een dimensieanalyse een formule af voor de straal van het waterstofatoom.
- Stel dat de dimensieloze constante in je gevonden formule de waarde 1 heeft, bereken de straal van het waterstofatoom.

Eindronde Natuurkunde Olympiade 2022



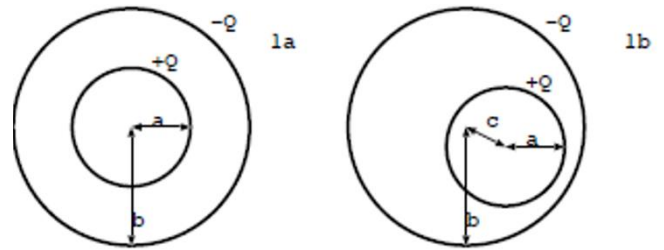
Theorietoets Deel 2

<i>symbool</i>	<i>naam</i>	<i>waarde</i>
G	gravitatieconstante	$6,67384 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$
g	valversnelling (gemiddeld in Nederland)	$9,81 \text{ ms}^{-2}$
p_0	standaarddruk	$1,01325 \cdot 10^5 \text{ Pa}$
V_m	molair volume	
	• (ideaal gas bij $T = 273,15 \text{ K}$ en $p = p_0$)	$2,2413968 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3 \text{ mol}^{-1}$
	• (gasvormige stof bij $T = 298 \text{ K}$ en $p = p_0$)	$2,45 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3 \text{ mol}^{-1}$
$0 \text{ }^\circ\text{C}$	smeltpunt van ijs ($p = p_0$)	$273,15 \text{ K}$
N_A	constante van Avogadro	$6,02214129 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
R	gasconstante	$8,3144621 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$
k_B	constante van Boltzmann	$1,3806488 \cdot 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$
σ	constante van Stefan-Boltzmann	$5,670373 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$
k_W	constante van Wien	$2,8977721 \cdot 10^{-3} \text{ m K}$
h	constante van Planck	$6,62606957 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$
c	lichtsnelheid	$2,99792458 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}$ (per definitie)
ϵ_0	elektrische permittiviteit van het vacuüm	$8,854187817 \cdot 10^{-12} \text{ F m}^{-1}$
f	constante in de wet van Coulomb	$8,987551787 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2 \text{ C}^{-2}$ $f = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$
μ_0	magnetische permeabiliteit van vacuüm	$1,25664 \cdot 10^{-6} \text{ H m}^{-1}$ $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H m}^{-1}$ (per definitie)
e	elementair ladingsquantum	$1,602176565 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
F	constante van Faraday	$9,64853365 \cdot 10^4 \text{ C mol}^{-1}$ $F = eN_A$
a_0	atoomstraal H-atoom (volgens Bohr)	$5,2917721092 \cdot 10^{-11} \text{ m}$
R_H	rydbergconstante voor waterstof	$1,096775834 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$

	u	10^{-27} kg	MeV
atomaire massa-eenheid	1	1,66054	931,49
rustmassa proton	1,007276	1,67262	938,27
rustmassa neutron	1,008665	1,67493	939,56
rustmassa elektron	0,00054858	0,000910939	0,51

7 Twee bollen (4 pt)

Beschouw twee concentrische bolvormige metalen schillen met straal a en b , zie figuur 1a. Vanuit het oneindige wordt een lading $+Q$ op de binnenste schil en een lading $-Q$ op de buitenste gebracht.



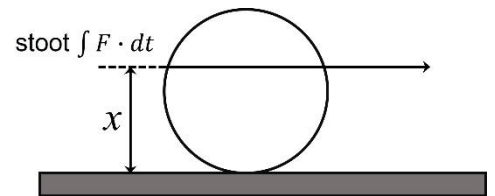
- (a) Bereken het potentiaalverschil tussen de bollen.
- (b) Leg uit hoeveel arbeid er is verricht.

Laat de schillen niet concentrisch zijn maar een afstand c tussen de middelpunten hebben, zie figuur 1b.

- (c) Beredeneer dat de arbeid W die nu verricht moet worden om een lading $\pm Q$ op de twee schillen te brengen, wordt gegeven door een uitdrukking van de vorm $W = f(a, b, c)Q^2$. Je hoeft de functie zelf niet te berekenen.

8 Biljartbal (4 pt)

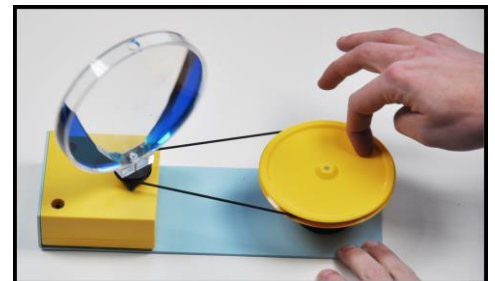
Een biljartbal met straal r wordt aangestoten op een hoogte x boven de tafel. De tafel is volkomen glad. Desondanks gaat de bal bij een zekere waarde voor x rollen zonder te slippen.



- (a) Ga na bij welke waarde voor x (uitgedrukt in r) dit het geval is.
- (b) Wordt deze waarde groter of kleiner wanneer de tafel niet volkomen glad is?

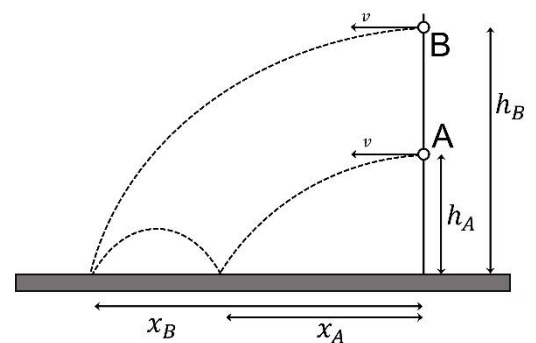
9 Rond draaiende kom (4 pt)

Vroeger maakte men mooie spiegels voor astronomie door een bad met kwik rond te laten draaien. Hiernaast zie je een proefje met gekleurd water, waarin de vorm die het water aanneemt zichtbaar is. Leid de formule af die de vorm die het water aanneemt beschrijft.



10 Stuiterende ballen (5 pt)

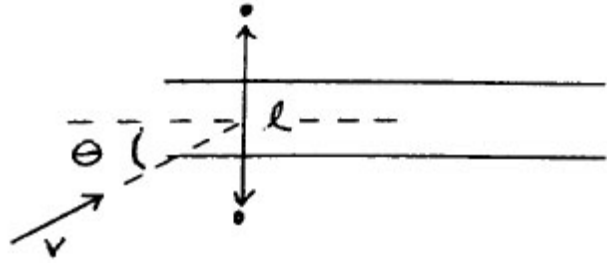
Een bal B wordt van een hoogte h_B met een snelheid v horizontaal geworpen. Hij komt even later op de grond op een afstand x_B . Een bal A wordt van een hoogte h_A met dezelfde snelheid v geworpen en komt na één keer stuiteren ook op de afstand x_B uit. Bij elke stuiter wordt de hoogte een factor k kleiner, de horizontale snelheid v blijft daarbij gelijk.



- (a) Geef een uitdrukking voor de hoogte h_A waar je de bal A vanaf moet werpen om na één keer stuiteren op dezelfde plaats als bal B te komen.
- (b) En als de bal A eerst N keer moet stuiteren voor deze bij B komt?

11 Vliegtuignavigatie (4 pt)

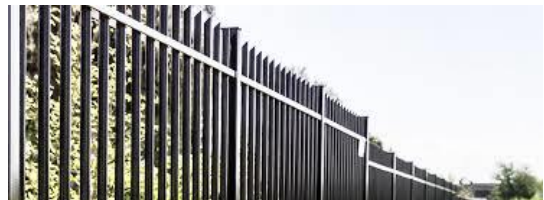
In dit vraagstuk zal een navigatie hulpmiddel voor vliegtuigen die de luchthaven naderen worden onderzocht. Neem aan dat aan het einde van de landingsbaan aan weerszijden een radio zendtoren staat. Deze zendtorens staan op 100 m van elkaar af. Beide torens zenden een signaal uit met een frequentie $f_0 = 12$ MHz die met elkaar in fase zijn. Een vliegtuig die een snelheid v ten opzichte van de grond heeft nadert de landingsbaan zodanig dat de snelheid een hoek θ met de landingsbaan maakt (zie de figuur). Van het vliegtuig dat nog ver verwijderd is, is de automatische piloot via de signalen ingesteld op het punt precies tussen de torens.



- Vanuit de gegeven positie van het vliegtuig is de intensiteit van het signaal van elk van de torens gelijk aan I_0 . Bepaal het resultaat dat het vliegtuig ontvangt ten gevolge van de twee signalen, als het vliegtuig invliegt onder een hoek $\theta = 0$ en ook onder een hoek $\theta = \pi/2$.
- Onder welke hoeken θ zou het vliegtuig geen signaal ontvangen? Als het vliegtuig de opdracht had onder hoek $\theta = 30^\circ$ in te vliegen, wat voor soort signaal zou de piloot van de twee torens verwachten?
- Het vliegtuig is uit koers geraakt en nadert de luchthaven onder een hoek $\theta = 0^\circ$ en vliegt precies op één van de torens af, dus niet naar het midden van de landingsbaan. Het vliegtuig is nog steeds erg ver, maar hoe dichterbij het komt hoe zwakker het signaal wordt. Hoe ver is het vliegtuig van de dichtstbijzijnde toren als het signaal tot het minimum is afgezwakt?

12 Geluid langs een hek (4 pt)

Jaap loopt langs een lang hek van staven van een 17 cm uit elkaar. Het valt hem op dat bij elke stap (met een harde hak) hij een soort fluit als 'tsjoe' hoort, dat hoog begint en dan met een lagere constante toon uitdooft. Hij hoort dat alleen als dat hek naast hem is, anders niet.



- Waar komt dat geluid vandaan bij elke stap?
- Geef een beredeneerde schatting van de frequentie van het geluid.

13 Fietsband (5 pt)

Bij het oppompen van een fietsband wordt een liter lucht bij normale luchtdruk adiabatisch samengeperst tot een druk van 7 bar. (Lucht is vooral twee-atomige stikstof en zuurstof)

- Wat is het volume van de lucht na samenpersen?
- Bereken de arbeid benodigd voor de compressie.
- Bereken de temperatuur na compressie, ervan uitgaande dat de luchttemperatuur in eerste instantie 300 K is.