Àntwoorden 2021-tweede ronde toets 1

1

Bal omhoog knijpen

Stel dat de hoek tussen de plankjes 2α is. Dan geldt $\sin\alpha = \frac{R}{h}$ en dus $h = \frac{R}{\sin\alpha}$ Hoe kleiner α hoe groter h.
Op de kogel worden drie soorten krachten uitgeoefend:

- de zwaartekracht mg
- de knijpkracht F_N die loodrecht op de plankjes staan
- de wrijvingskrachten F_w naar beneden langs de plankjes gericht.

Als er evenwicht is, geldt: $2F_N \sin\alpha = mg + 2f \cdot F_N \cos\alpha$; dus $\tan\alpha = \frac{mg}{2F_N\cos\alpha} + f$.

Maximale hoogte correspondeert met minimale hoek: $\tan\alpha = f$, dus $\frac{sin^2\alpha}{1-\sin^2\alpha} = f^2$ nu $\sin\alpha = \frac{R}{h}$ invullen

Dan geldt voor de maximale hoogte $h = R \cdot \sqrt{\frac{1}{f^2} + 1}$

2

Draadweerstand

a.

$R = \rho\frac{l}{A} = \rho\frac{l^2}{V}$

$R' = \rho\frac{(l+\epsilon)^2}{V}$

$\frac{\delta R}{R} = \frac{R-R'}{R} = \frac{(l^2-(l+\epsilon)^2)}{l^2} = \frac{-2l\epsilon-\epsilon^2}{l^2}$

b. $R' = R \cdot \frac{V}{\rho l^2} \cdot \rho\frac{(l+\epsilon)^2}{V} = R\frac{l+\epsilon)^2}{l^2} = R(1+\frac{\epsilon}{l})^2 = 100 \cdot 1,001^2 = 100,2\,\Omega$

3

Draaischijf in evenwicht

a. $I_{tot} = I_s + I_P = 0,12 + 1 \cdot 0,08^2 = 0,18$kgm^2.

b. Eerst plaats mmp van schijf + M_P t.o.v. punt O bepalen.
schijf $I = 0,5mR^2$ --> m = 9,375 kg.
$mx = M_P(0,08-x)$ --> $x = 0,0077$ m. en massa is dan 10,375 kg.

krachtmoment van 0,5kg is $T_1 = F \cdot d = 0,16 \cdot 0,5 \cdot g = 0,08g$

voor balans moet dat ook voor de schijf gelden, $T_2 = 10,375 \cdot x \cdot g = 0,08g --> x = 0,08/10,375 = 0,0077$ m.

Dat is dan bij een stand van de schijf, P onder hoek van $\cos\alpha$ = 1 en $alpha = 0$ graden. Bij elke andere stand van de schijf 'wint' de massa van 0,5 kg, zijn krachtmoment is dan groter.

als $m < 0,5$ kg, dan geldt $x < 0,0077$ m en zijn er twee standen voor evenwicht, met P onder is dan stabiel en P boven labiel.

Met $m > 0,5$ kg wint de massa altijd en is er geen evenwicht te vinden (dan moet x groter zijn dan mogelijk is)

4

slinger in elektrisch veld

a.

$F_E = QE$ en $F_z = mg$. De krachten staan loodrecht op elkaar.
$\tan\theta = \frac{F_E}{F_z} = \frac{QE}{mg}$

dus $\theta = \tan^{-1}\frac{QE}{mg}$

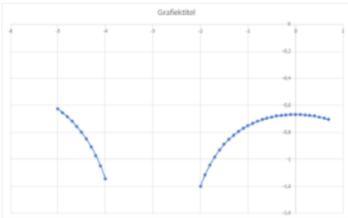
b. Kracht wordt nu $mg + QE$. de effectieve valversnelling is dan $\frac{mg+QE}{m}$

$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{\frac{mg+QE}{m}}} = 2\pi\sqrt{\frac{lm}{mg+QE}}$

5

Twee sterren

a.



Stel van beide sterren de potentiaal in het oneindige nul. $U_A = G\frac{M}{x+3r}$ en $U_B = G\frac{M}{x-3r}$.
Optellen: $U = -GM(\frac{1}{|x+3r|} + \frac{1}{|x-3r|})$

Afgeleide moet nul zijn voor een max of min, verder kijken op de randen van de sterren. Max op oneindig en op nul, verder een min op -2r en 2r.

b.

Bereken U op 2r en op 0. Bepaal het verschil en je hebt de kinetische energie.
2r: $U_B = -GM \cdot (\frac{1}{5r} + \frac{1}{r}) = -GM(\frac{6}{5r})$

0: $U_0 = -GM(\frac{2}{3r})$

$U_{kin} = m\Delta U = -GMm(\frac{2}{3r} - \frac{6}{5r}) = \frac{GMm}{r} \cdot \frac{8}{15}$

$v = \sqrt{\frac{2\frac{GMm}{r}\cdot\frac{8}{15}}{m}} = \sqrt{\frac{16}{15}\frac{GM}{r}}$

6

Spleten op een dia

a) Er zijn 5 secundaire maxima tussen twee primaire maxima. $N = 7$. Als 1 en 7 interfereren is er een kleine piek, Hetzelfde geldt voor 1 en 6, enzovoorts. Als dan 1 en 2 interfereren, dan moeten de andere spleten ook meedoen en is er weer een grote piek.

Voor de helderheid als functie van de hoek $\Theta = \frac{y}{L}$, met $L = 100$ cm geldt:

$I(\Theta) = I_0(\frac{\sin\beta}{\beta})^2(\frac{sinN\alpha}{\sin\alpha})^2$ met $\alpha = \frac{\pi a}{\lambda}\sin\Theta$ en $\beta = \frac{\pi b}{\lambda}\sin\Theta$. N is het aantal spleten, a is de afstand tussen de spleten en b is de breedte van de spleten.

b) Het eerste primaire maximum is op $y = 1,5$ cm. Hiervoor geldt dat $\alpha = \pi$, zodat $a = \lambda\frac{L}{y} = o,628\frac{100}{1,5} = 41,87\mu\text{m}$

.

c) $I(0) = 1,8 = I_0 \cdot N^2$ (zie figuur). $I(y) = 1,575 = I_0 \cdot N^2(\frac{\sin\beta}{\beta})^2$.

Dus $(\frac{\sin\beta}{\beta})^2 = \frac{1,575}{1,8} = 0,875$, dus $\sin\beta = 0,935\beta$.
Reeksontwikkeling levert: $\beta - \frac{1}{6}\beta^2 = \beta \cdot 0,935$, dus $\beta = 0,622$

Daaruit volgt: $b = \frac{\lambda\beta}{\pi\sin(\tan^{-1}\frac{y}{L})} = \frac{0,628\cdot 0,622}{\pi\cdot 0,015} = 8,291\mu\text{m}$

Antwoorden 2021 tweede ronde toets 2

7

Koolstofdatering

a.

4 g koolstof is 1/3 mol koolstof. Daarvan is 1,25x10^{-12} deel ^{14}C. Dat zijn: N_0=0,3333x1,25x10^{-12}x6,022x10^{23} = 2,549x10^{11} deeltjes ^{14}C aan het begin.

$t_{1/2}$ = 5600 jr = 1,77x10^{11} s. $A(t) = 20$ min^{-1} = 0,333 s^{-1}.

Nu geldt $A(t) = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} \cdot N(t)$ --> $N(t) = \frac{1{,}77 \cdot 10^{11}}{\ln 2} \cdot 0,333 = 8,5 \cdot 10^{10} = 0,34 N_0$

0,34 = 2^{-t} --> $t = -\frac{\ln 0{,}34}{ln2} = 1,56 t_{1/2} = 8,73 \cdot 10^3$ jaar.

b.

onzekerheid in A(t) is 2%, ofwel 0,02. Voor A(t) scheelt dat 0,0066 en max voor N(t) wordt dat 0,35 N_0. Doorrekenen levert dan 1,52 $t_{1/2}$ en dat is dan ongeveer 3%.

8

Schakeling met weerstanden en condensatoren

a.

C`s van 5 en 15 staan parallel via A en B en vormen zo samen C1.

C van 8 staat parallel met 20 en 30 en vormt zo C2

R van 5 en 20 staan parallel en samen in serie met 6 en vormen zo R2.

b.

$R_1 = 10\text{M}\Omega$

$C_1 = 10 + 5 = 15\ \mu\text{F}$

$C_1 = (1/20 + 1/30)^{-1} + 8 = 12 + 8 = 20\ \mu\text{F}$

$R_2 = (1/5 + 1/20)^{-1} + 6 = 4 + 6 = 10\text{M}\Omega$

9

Sleepboot

a.

binnenboot, kracht erop is 50 kN, dus a=F/m=50.000/6.300.000=0,00794 m/s^2
sleper a=F/m = (35-50)kN/450.000 = -0,0333 m/s^2.

Geen slip als v is gelijk

v_b = at = 0,00794t
v_s= v_o - at = 2,5 - 0,0333t

gelijkstellen en t bepalen, levert op t= 60,6 s.

b.

snelheid uitrekenen met een van de twee en de berekende tijd: t=0,00794*60,6 = 0,48 m/s

c.

verplaatsing per boot in de geleverde tijd uitrekenen en dan het verschil, dat is de lengte van de kabel uitgerold.
sb=0,5*a*t^2 = 0,5*0,00794*60,6^2 = 14,58 m

ss = vot-0,5*a*t^2=2,5*60,6 - 0,5*0,0333*60,6^2= 90.4 m

dus l = ss-sb = 90,4-14,58 = 75,8 m.

10

Snelheid van elektronen

a) 10A betekent per seconde $m = 10 \cdot 1/1,6 \cdot 10^{-19} = 62,5 \cdot 10^{18}$ elektronen door een doorsnede van de draad.
de doorsnede is $A = \frac{1}{4}\pi d^2 = 7,85 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{cm}^2$

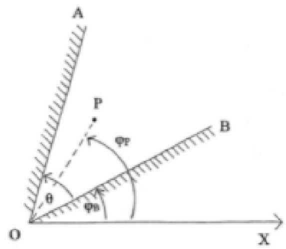
per cm draad zitten er dan $n = N \cdot A = 706 \cdot 10^{18}$ elektronen

dus per s is dat dan $v = m/n = 0,088\ \mathrm{cm/s}$. maar dat is niet het maximum, dat ligt $\sqrt{2}$ hoger, dus 0,13 cm/s

b) de maximale verplaatsing komt door integreren van de v-formule
$v = 0,13 \sin \omega t \rightarrow s = 0,13/(2\pi f) = 4 \cdot 10{-}6\ \mathrm{m}$

11

P tussen twee spiegels



a.

Uit symmeterie-overwegingen volgt dat OP gespiegeld net zo lang moet zijn als OP_A. Idem voor OP_B. en het spiegelbeeld daarvan in spiegel A.

b.

Noem de hoek tussen OB en OP α. Laat deze varieren van 0 tot θ.

dan geldt voor de hoeken:

$I_{PA} = \varphi_B + 2\theta - \alpha$

$I_{PB} = \varphi_B - \alpha$

$I_{PC} = \varphi_B + \theta + \theta + \alpha$

$I_{PC} - I_{PA} = 2\alpha$

Omdat de afstand tot O gelijk is, varieert de afstand tussen de spiegelbeelden dus van 0 tot $2\mathrm{OP}\sin\theta$.

12

Elastiek

a.

$\tan\theta = x/L$. $\cos\theta = L/(L+y)$

$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ --> $(x/L)^2 = \tan^2\theta = -1 + 1/\cos^2\theta = -1 + (L+y)^2/L^2$ -->

$(x/L)^2 = (2Ly + y^2)/L^2 = 2y/L + y^2/L^2$ laatste term is verwaarloosbaar klein, dus ok.

b.

$F = 2ky\sin\theta$ --> $Mg = 2ky\frac{x}{L+y}$
y moet nog weg, van a. komt $x^2 = 2yL --> y = x^2/2L$ en $L + y = L$ bij benadering, dus:
$Mg = 2k\frac{x^2}{2L}\frac{x}{L}$ --> $x^3 = \frac{mgL^2}{2k}$

c.

$Ma(t) = Mg - \frac{2kx^3}{L^2}$ nog verder uitwerken?