01 karretje duwen Antwoord
[verandering in kinetische energie] is correct.
Stel dat de eindsnelheid in stelsel A u is. De snelheidsverandering is dan dus ook u.
Stel dat het stelsel B met een snelheid v t.o.v. van stelsel A beweegt.

A In elk willekeurig constant bewegend referentiesysteem is de snelheidsverandering van het wagentje gelijk $(u + v) - (0 + v) = u$.

B Dat geldt dus ook voor de impulsverandering ($p = m \cdot v$).

C Voor de verandering van de kinetische energie geldt:
$\Delta T = \frac{1}{2}m(u+v)^2 - \frac{1}{2}m(v)^2 = \frac{1}{2}mu^2 + muv$
Hier is elke waarde mogelijk afhankelijk van de snelheid waarmee het systeem beweegt.

02 astronaut Antwoord:
Een normaal mens ($m = 80$ kg) springt ongeveer 0,5 meter op aarde omhoog. Dan zit daar aan energie in $E = mgh = 80 \cdot 10 \cdot 0{,}5 = 400$ J. Dus op de planetoide moet de zwaarteenergie t.o.v. het middelpunt ook 400 J zijn. $\frac{GmM}{r} = E \Rightarrow r = \frac{GmM}{mgh} = 4G\pi\rho r^3/3gh \Rightarrow r^2 = \frac{3gh}{4\pi G\rho} = \frac{15}{12{,}56 \cdot 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 5{,}52 \cdot 10^3} = 3{,}24 \cdot 10^6 \Rightarrow r = 1{,}80 \cdot 10^3\,\text{m} = 1{,}80\,\text{km}.$

03 onbekende weerstand Antwoord:
Als beide schakelaars open zijn, is het een eenvoudige serieschakeling. Gebruik Kirchhoff om de stroom te vinden in dat geval.

$$6{,}0\,\text{V} - I \cdot (50\Omega + 20\Omega + 10\Omega) = 0 \quad \rightarrow \quad I = \frac{6{,}0V}{80\Omega} = 0{,}075\,\text{A}$$

Als beide schakelaars gesloten zijn, is de 20 Ω parallel met R. Gebruik Kirchhoff in de buitenste kring van het circuit met de stroom in de 20 Ω als eerder gevonden

$$6{,}0V - I \cdot (50\Omega) - (0.075A) \cdot (20\Omega) = 0 \quad \rightarrow \quad I = \frac{6{,}0V - (0.075A)(20\Omega)}{50\Omega} = 0{,}090A$$

Dat is de stroom in de parallel combi. Er loopt door R dus 0,015 A. De spanning over R en 20 Ω is gelijk (parallel)

$$V_{20} = V_R \rightarrow I_{20}R_{20} = I_R R \rightarrow R = R_{20}\frac{I_{20}}{I_R} = 20 \cdot \frac{0{,}075}{0{,}015} = 100\,\Omega$$

04 draaiende staaf Antwoord:
Op de elektronen gaat een Lorentzkracht werken. Daardoor zullen de elektronen richting het midden of richting het einde van de staaf gaan, afhankelijk van de richting van ω en B. Daardoor ontstaat er een ladingsverdeling in de staaf. In de stationaire situatie zal de elektrische kracht samen met de Lorentzkracht de benodigde middelpuntzoekende kracht opleveren. Deze laatste is echter erg klein, vandaar dat de elektrische kracht en de Lorentzkracht aan elkaar gelijk moeten zijn.
Door de ladingsverdeling zal er een spanning ontstaan tussen uiteinden en midden van staaf.
Voor de Lorentzkracht geldt: $F_L = BIL = Bqv = Be\omega r$
Voor de verhouding tussen de Lorentzkracht en de middelpuntzoekende kracht geldt:

$$\frac{F_L}{F_{mpz}} = \frac{Be\omega r}{mw^2 r} = \frac{B}{\omega} \cdot \frac{e}{m}$$

Met realistische getallen volgt dat de eerste breuk kleiner is dan 1, voor de tweede breuk geldt <<1.
De middelpuntzoekende kracht is dus te verwaarlozen ten opzicht van de Lorentz kracht.
Er moet dus gelden dat de lorentzkracht gelijk is aan de tegenwerkende elektrische kracht. Dan volgt voor het spanningsverschil:

$$\Delta V = -\int_0^{\frac{1}{2}L} E(r)dr = -\int_0^{\frac{1}{2}L} \frac{F_e(r)}{q} dr = \int_0^{\frac{1}{2}L} \frac{F_L(r)}{q} dr = \int_0^{\frac{1}{2}L} \frac{Be\omega r}{e} dr = B\omega \int_0^{\frac{1}{2}L} r dr = \frac{1}{8} B\omega L^2$$

Invullen levert dan op $\Delta V = \frac{1}{8} 0{,}020 \cdot 20 \cdot 2^2 = 0{,}2\ \mathrm{V}$

05 knikker naar bolle spiegel Antwoord:

Een holle spiegel heeft een brandpunt $f = 0{,}5R$.
$\frac{1}{v} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$ als op zelfde plek, dan $v = b = 2f$, dus op 2 m boven spiegel, bal moet dus 2m vallen en dat kost aan tijd $t = \sqrt{\frac{2s}{a}} = \sqrt{\frac{4}{9{,}81}} = 0{,}64\ \mathrm{s}$

06 lading in E-veld Antwoord:
De beginhoek is 60 graden, dus als koord evenwijdig met veld, dan heeft het deeltje een afstand 0,5 L afgelegd in het veld. $W = qEd = 2 \cdot 10^{-6} \cdot 300 \cdot 0{,}75 = 450 \cdot 10^{-6}\mathrm{J}$.
$\frac{1}{2} m v^2 = E \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2E}{m}} = \sqrt{900 \cdot \frac{10^{-6}}{0{,}01}} = 0{,}30 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

07 Asteroïde om ster Antwoord:
We beginnen met dat centrifugale kracht en gravitatiekracht gelijk zijn:

$$\frac{GM}{R^2} = m\omega^2 R$$

Met M de massa van de ster, m de massa van de asteroïde, R de baanstraal, G de gravitatieconstante $\omega = 2\,\pi/T$ de hoeksnelheid van de asteroïde.
De massa van de ster is te schrijven als:

$$M = \frac{4\,\pi R^3}{GT^2}$$

Dit geldt niet alleen voor cirkelvormige banen maar blijkt ook voor ellipsvormige banen te gelden.
We weten nu dat de stermassa evenredig is met de derde macht van de baanstraal en omgekeerd evenredig met het kwadraat van de omlooptijd. Als zowel de straal als de omlooptijd verdrievoudigen, moet de massa dus verdrievoudigen, de verhouding tussen de massa's is dus $1/3$.

2020 ronde 2 toets 2 antwoorden

08A halter 1 Antwoord:

De situatie komt overeen met een botsing van massa m met een massa $2m$. Vanwege impulsbehoud en energiebehoud krijgen we dat de snelheid van de halter na de botsing $\frac{2}{3}v$ is en van de massa $-\frac{1}{3}v$.

08B Halter 2 Antwoord:

De situatie is eenvoudig. De massa m botst op de bovenste massa van de halter. Deze zal dus een snelheid v krijgen terwijl de massa stil blijft staan. De snelheid van de onderste massa van de halter is 0 zodat de snelheid van het massamiddelpunt dus $\frac{1}{2}v$ is. Deze snelheid blijft behouden.

09 Sluisdeur Antwoord:

Stel dat het hoogteverschil tussen het hoogste water en het gat y is. Stel dat de snelheid waarmee het water uit het gat stroomt v is. Stel dat de valtijd t seconden is.
Dan geldt met behulp van energiebehoud:

$$g \cdot y = \frac{1}{2}v^2$$

Voor de verticale beweging geldt: $\frac{1}{2}gt^2 = h - y$

Voor de horizontale beweging geldt: $x = v \cdot t$

Voor x als functie van y volgt:

$$x^2 = v^2 \cdot t^2 = 2g \cdot y \cdot \frac{h-y}{\frac{1}{2}g} = 4h \cdot y - 4y^2$$

Differentiëren levert:

$$2x \cdot \frac{dx}{dy} = 4h - 8y$$

We vinden een maximale waarde van x als: $\frac{dx}{dy} = 0$

Men vindt nu dat $y = \frac{1}{2}h$ zodat: $x = \sqrt{4h \cdot \frac{1}{2}h - 4 \cdot \left(\frac{1}{2}h\right)^2} = h$

10 geladen bollen Antwoord:

After reaching the equilibrium position, the angle between the strings is α. The tensile force of each string responsible for keeping each ball stable compensates the effect of gravitational and electrostatic forces. The gravitational force acting on each ball is

$$F_g = mg\,.$$

The repulsive electrostatic force depends on the charge of the balls and also on their mutual distance d,

$$F_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{Q^2}{d^2}\,.$$

The distance d follows from the geometry of the problem

$$\left(\frac{d}{2}\right)^2 = l^2 - (l - \Delta h)^2 \qquad \Rightarrow \qquad d = 2\sqrt{2l\Delta h - (\Delta h)^2}\,.$$

Since the tensile force compensates the force resulting from F_g and F_e, it must have the opposite direction, so the angle α can be expressed as

$$\tan\alpha = \frac{F_e}{F_g}\,.$$

Other expressions for this angle follow from simple geometry:

$$\cos\alpha = \frac{l - \Delta h}{l}\,, \quad \sin\alpha = \frac{d}{2l}\,.$$

So,

$$\tan\alpha = \frac{d}{2(l - \Delta h)}\,.$$

Using the formulas above, we can write

$$\frac{d}{2(l-\Delta h)} = \frac{F_e}{F_g}\,,$$

$$\frac{d}{2(l-\Delta h)} = \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon m g d^2}\,.$$

Finally, the mass m is

$$m = \frac{Q^2(l-\Delta h)}{2\pi\varepsilon g d^3}\,,$$

$$m = \frac{Q^2(l-\Delta h)}{16\pi\varepsilon g(2l\Delta h - (\Delta h)^2)^{\frac{3}{2}}} \doteq 120\,\mathrm{g}\,.$$

The mass of each small metal ball is approximately 120 g.

Daniela Pittnerová
daniela@fykos.cz

---

11 rondje Antwoord:

Neem aan dat de stroom van A naar B loopt. De stroom onderlangs noemen we I_O, de stroom bovenlangs I_B. De lengte van de cirkelboog heten resp. l_O en l_B.

De stroom onderlangs resulteert in een magneetveld het papier uit. Voor de grootte ervan geldt:

$$B_O = \frac{\mu_0 I_O l_O}{4\pi R^2}$$

De stroom bovenlangs levert een magneetveld het papier in. Voor de grootte daarvan geldt:

$$B_B = \frac{\mu_0 I_B l_B}{4\pi R^2}$$

We maken gebruik van 2 vergelijkingen.

Ten eerste de relatie tussen de 2 cirkelbogen: $l_B = 2\pi R - l_O$

Ten tweede de relatie tussen de stromen. Omdat de stroom omgekeerd evenredig is met de lengte van de draad, geldt:

$$\frac{I_B}{I_O} = \frac{l_O}{l_B}$$

De eerste vergelijking ingevuld in de tweede levert:

$$I_B = \frac{l_O}{l_B} I_O = \frac{l_O}{2\pi R - l_O} I_O$$

We vullen dit resultaat in in de vergelijking voor B_B:

$$B_B = \frac{\mu_0 \left(\frac{l_O}{2\pi R - l_O} I_O\right)(2\pi R - l_O)}{4\pi R^2} = \frac{\mu_0 l_O I_O}{4\pi R^2}$$

Dit is precies dezelfde uitkomst als voor B_O maar omdat de richtingen tegengesteld zijn heffen de twee velden elkaar op.

De uitkomst is dus 0 T.

12A spleten A Antwoord:

Omdat er tussen de hoofdmaxima 8 minima zitten zijn er 9 spleten, dus N=9.

12B spleten B Antwoord:

De amplitude komt van 9 spleten en is dus 9 keer zo groot. $I = A^2$, dus $I(0) = 9^2 \cdot I = 81\, I$.

12C spleten C Antwoord:

Er zitten maar twee hele oscillaties van de sinus in één zo'n puls. Eén hele oscillatie duurt n.l $\frac{\lambda}{c} = \frac{600\ 10^{-9}}{3\ 10^{8}} = 2\ 10^{-15}$s.

- **f**

Als je ervoor zorgt dat het weglengte verschil van een punt - verweg onder een hoek θ - tot 2 naburige spleten 2λ is of meer zal er dus zeker GEEN interferentie optreden dus als $d\,\mathrm{Sin}[\theta] \geq 2\,\lambda$, ofwel $\mathrm{Sin}[\theta] \geq \frac{2\,\lambda}{d}$. Onder die hoeken kan het voorkomen dat via het ene pad de puls nog niet is aangekomen, terwijl via het andere pad de puls al volledig is gepasseerd.

- **g**

Je krijgt dus alleen het centrale maximum, en het eerste hoofdmaximum bij een hoek met $\mathrm{Sin}[\theta] = \frac{\lambda}{d}$.

---

6 maar het licht van 2 spleten met elkaar. Dat geeft een maximale intensiteit van 4 I_0.

---

13 Optische bol Antwoord:

Voor kleine hoeken geldt dat hoek van inval is dubbel zo groot als hoek van breking als de lichtstraal precies aan de andere kant terecht komt. $n = \frac{\sin 2\theta}{\sin\theta} \approx \frac{2\theta}{\theta} = 2$.

14 liniaal en knikker Antwoord:

Vlak voor de botsing is de snelheid van de knikker $v = \sqrt{2}gh$.

Meteen na de botsing staat de knikker stil.

Wet van behoud van mechanische energie: $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(2gh) = \frac{1}{2}I\omega^2$

Behoud van impulsmoment t.o.v. tafelrand: $mvr = m \cdot \sqrt{2gh} \cdot \frac{1}{2}l = I\omega$

Bedenk dat voor de lat geldt: $I = \frac{1}{12}Ml^2$, los ω op: $\omega = \frac{m\sqrt{2gh}\cdot\frac{1}{2}l}{\frac{1}{12}Ml^2} = \frac{6m\sqrt{2gh}}{Ml}$.

Vind daarna met de eerste formule dat $M = 3m$.