

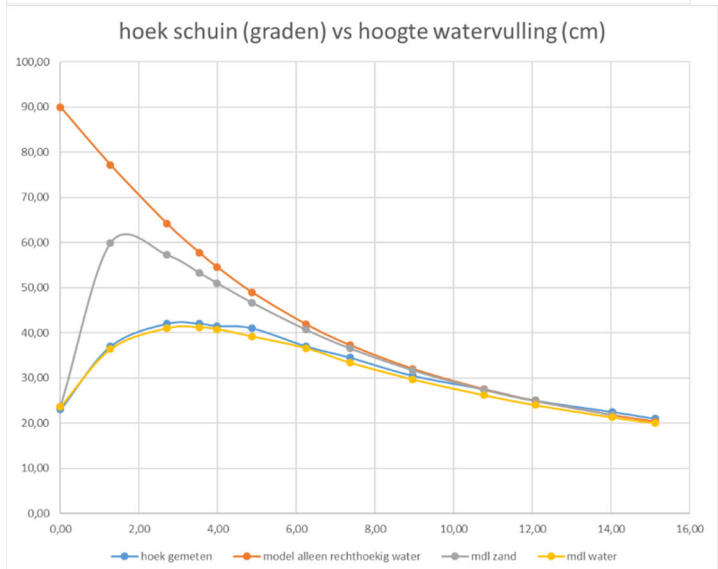
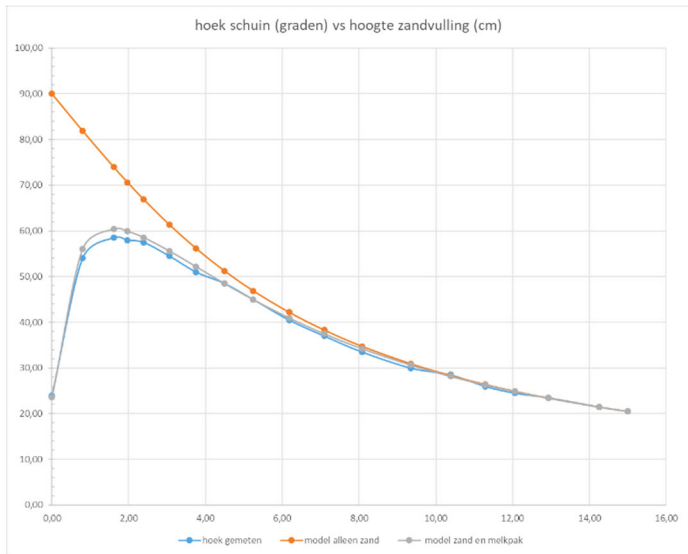
Docentenhandleiding omvallend melkpak:

Nodig:

- Melkpak 0,5L, waarvan bovenkant is afgesneden.
- Water 0,7L
- Zand 0,7L, droog en fijn
- Maatcilinder 0,5L en maatbeker 1,0L
- Meetlint
- Kopie op papier van een geodriehoek, zodanig dat door vouwen deze rechtop kan staan.
- Extra papier met een streep erop
- Weegschaal, tenminste op 1g nauwkeurig en tot tenminste 1 kg

Doel van de proef:

- Voor nu kijken wie goed kan experimenteren
 - Aantal metingen herhaald en hoe
 - Aantal metingen over de benodigde reeks en mogelijk meer metingen in de buurt van een omslagpunt.
- Student kan op creatieve wijze de benodigde experimentele gegevens bepalen, zoals hoogte van zand of water in het melkpak via de omweg van volume en/of massa.
- Student toont inzicht door de gegevens te relateren aan het model van de proef.



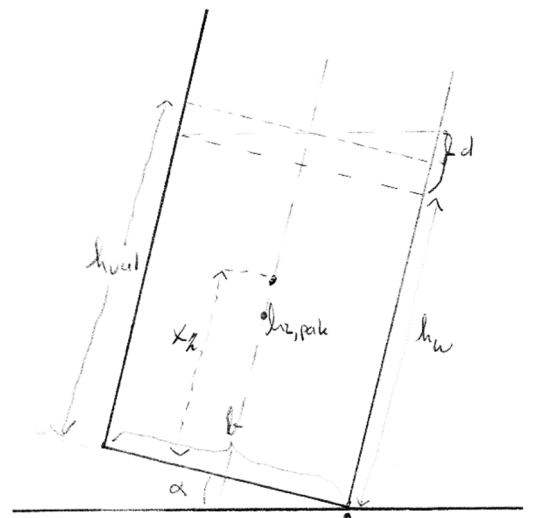
Er zijn drie modellen die je op de proef kunt loslaten.

1. Een model waarin je het kleine beetje massa en daarmee zwaartepunt van het melkpak verwaarloost. De oranje lijn in de grafieken. In feite is dat niets anders dan een rechthoekig blok dat steeds langer wordt met $h_z = h_{vul}/2$. Zo is het verloop goed te begrijpen. ($\alpha = \tan^{-1}(b/h_{vul})$)
2. Een model waarin je het gezamenlijke zwaartepunt bepaalt van melkpak en een rechthoekige kolom met vulling (klopt redelijk goed voor zand, wat minder voor water).

$$x_z = \left(m_{pak} \cdot h_{z,pak} + m_{vul} \cdot \frac{h_{vul}}{2} \right) / (m_{pak} + m_{vul})$$

$$m_{vul} = h_{vul} \cdot b^2 \cdot \rho_{vul}$$

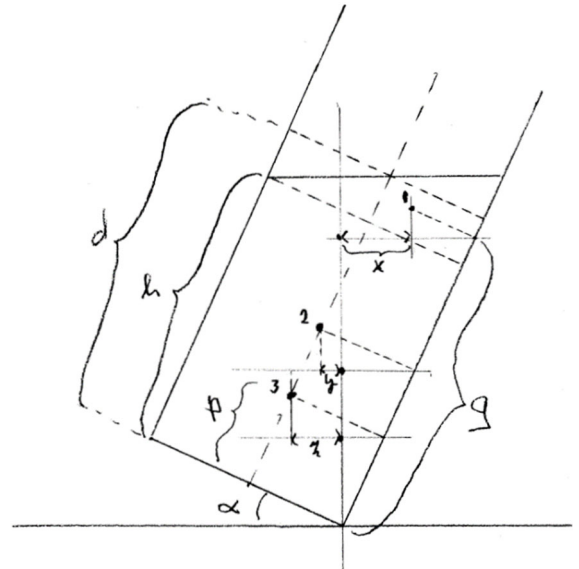
$$x_z = \left(m_{pak} \cdot h_{z,pak} + h_{vul}^2 \cdot b^2 \cdot \rho_{vul} / 2 \right) / (m_{pak} + h_{vul} \cdot b^2 \cdot \rho_{vul})$$



$$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{b}{2x_z} \right)$$

Dit is de grijze lijn in de grafieken. Voor zand komt dit goed overeen met de gemeten waarden (de blauwe lijn). Voor water wijkt deze toch sterk af, al komen de modellen en de gemeten waarden bij grotere hoeveelheden weer dicht bij elkaar.

3. Een model waarin je specifiek voor water meeneemt dat dit horizontaal gaat staan in het schuine melkpak. Voor het model neem je dan het vorige model, neemt als rechthoek dat deel van het water dat je als rechthoek kunt bestemmen ($h_w = h_{vul} - \frac{1}{2} b \tan \alpha$) en je neemt de driehoek water mee voor het bepalen van het zwaartepunt van het melkpak met water. In de tweede grafiek de gele lijn. Het model komt ook goed overeen.



Het watermodel is als volgt opgebouwd:

Je vult de bak met water tot een hoogte $h_{vul} = d$.

Daarna houd je de bak schuin onder een hoek α .

Het water verdeel je in een blok water met een hoogte

$h = d - \frac{1}{2} b \tan \alpha$ en een driehoek water met grondvlak

b^2 en hoogte $b \tan \alpha$. Je hebt nu drie massa's met elk een eigen moment ten opzichte van de verticaal door het steunpunt. Voor elke massa bepaal je de massa en de afstand x, y, z tot de verticaal door het draaipunt. Daarna bepaal je het gezamenlijk moment ten opzichte van de verticaal. Door deze voor elke vulhoogte d met verschillende hoeken door te rekenen bepaal je voor die vulhoogte de hoek waaronder het gezamenlijk moment nul is. (Een analytische oplossing voor α bij elke hoogte was te lastig).

1. Pak

Het pak heeft een vaste massa m_3 en het zwaartepunt ligt in het midden van een pak op een vaste hoogte p

De afstand z van het zwaartepunt van het melkpak is $z = p \sin \alpha - \frac{1}{2} b \cos \alpha$

Het moment van het pak is dan $mp = z \cdot m_3 = \left(p \sin \alpha - \frac{1}{2} b \cos \alpha \right) m_3$.

2. Blok water

Het moment ligt netjes in het midden van de bak op de halve

blokhoogte. Voor de massa geldt $m_2 = \rho V = \rho b^2 \frac{1}{2} \left(d - \frac{1}{2} b \tan \alpha \right)$, tot $m_2 < 0$, dan geldt $m_2 = 0$. De afstand tot de

verticaal is $y = \left(\frac{1}{2} h \sin \alpha - \frac{1}{2} b \cos \alpha \right)$

Het moment van het blok water is dan $mb = y \cdot m_2 =$

$\left(\frac{1}{2} h \sin \alpha - \frac{1}{2} b \cos \alpha \right) \rho b^2 \frac{1}{2} \left(d - \frac{1}{2} b \tan \alpha \right)$ of 0 als $m_2 < 0$.

mleeg	14	dh zand	1,70	
b	5,6	h mp bak	6,40	
M (g)	V (cm ³)	h (cm)	hoek +90	hoek gem
14	0	0,00	114,00	24,00
60	35	0,80	144,00	54,00
107	58	1,61	148,50	58,50
128	95	1,97	148,00	58,00
152	110	2,39	147,50	57,50
191	140	3,06	144,50	54,50
231	170	3,75	141,00	51,00
274	215	4,50	138,50	48,50
317	245	5,24	135,00	45,00
371	295	6,18	130,50	40,50
424	355	7,09	127,00	37,00
481	410	8,08	123,50	33,50
554	457	9,34	120,00	30,00
614		10,38	118,50	28,50
666		11,28	116,00	26,00
711		12,06	114,50	24,50
761		12,92	113,50	23,50
838		14,26	111,50	21,50
881		15,00	110,50	20,50

3. Driehoek

Van de driehoek water is de massa $m_1 = \rho V = \rho \cdot \frac{1}{2} b^2 \cdot b \tan \alpha$. Het zwaartepunt ligt op $1/3$ van de hoogte en op $1/3$ van de hoge kant. Afstand tot draaipunt is $q = h + \frac{1}{3} b \tan \alpha$ en voor de afstand tot de verticaal geldt dan $x = q \sin \alpha - \frac{1}{3} b \cos \alpha$

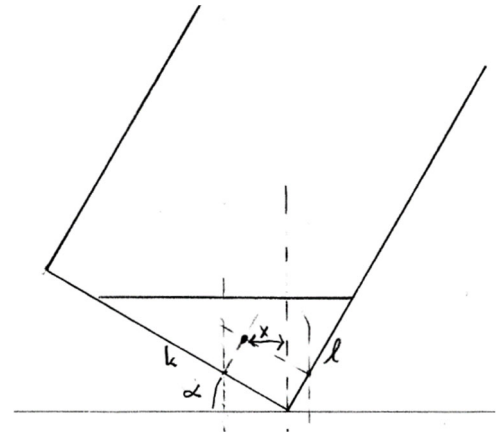
Het moment van de driehoek water is dan $m_w = x \cdot m_1 = \left(q \sin \alpha - \frac{1}{3} b \cos \alpha \right) \rho \cdot \frac{1}{2} b^2 \cdot b \tan \alpha$

Dit alles geldt alleen als er zoveel water in het pak zit, dat de driehoek water over de hele breedte zit, anders gezegd, als er nog een blok water is.

Als al het water door het schuin houden alleen in de driehoek zit, geldt dat $m_1 = \rho db^2$. De basis k en de hoogte l van de driehoek verhouden zich dan als $l = k \tan \alpha$, terwijl het oppervlak gelijk is aan $A = \frac{V}{b} = \frac{db^2}{b} = db = \frac{1}{2} kl = \frac{1}{2} k^2 \tan \alpha$.

dus $k = \sqrt{\frac{2db}{\tan \alpha}}$ en $l = \sqrt{2db} \sqrt{\tan \alpha}$. Om de plaats van het massamiddelpunt te bepalen, noteren we: $x = \frac{1}{3} l \sin \alpha - \frac{1}{3} k \cos \alpha = \frac{\sqrt{2db}}{3} (\sin \alpha \cdot \sqrt{\tan \alpha} - \cos \alpha / \tan \alpha)$

Voor het moment van de driehoek geldt in dat geval: $md = db^2 x$.



Door de momenten nu op te tellen en te zien bij welke hoek voor een bepaalde hoogte deze som nul is, zijn de metingen van water met dit model te vergelijken.

mleeg	14	dh zand	1,7				
b	5,6	h mp bak	6,4				
m	m-mleeg	h cm	alfa lees	hoek gem	model alle	mdl zand	mdl water
14	0	0,00	113	23,00	90,00	23,63007	23,6
54	40	1,28	127	37,00	77,17	59,92552	36,4
99	85	2,71	132	42,00	64,17	57,25453	41
125	111	3,54	132	42,00	57,71	53,26852	41,2
139	125	3,99	131,5	41,50	54,56	51,02638	40,8
167	153	4,88	131	41,00	48,94	46,66759	39,2
210	196	6,25	127	37,00	41,86	40,68592	36,6
245	231	7,37	124,5	34,50	37,24	36,55487	33,4
295	281	8,96	120,5	30,50	32,01	31,69357	29,7
352	338	10,78	117,5	27,50	27,46	27,35179	26,2
393	379	12,09	115	25,00	24,86	24,83472	24
454	440	14,03	112,5	22,50	21,76	21,79076	21,3
488	474	15,11	111	21,00	20,33	20,37909	20

Waar letten we op bij het beoordelen:

Uitleg van wat gedaan is in elk geval belangrijk.

- Zwaartepunt pak (2)
 - Hoe zwaartepunt van melkpak bepaald? (kan via meten lengte, breedte en hoogte en met dubbel nemen van onderkant is zwaartepunt dan uit te rekenen. Kan ook vanuit de meting van het kantelpunt van het lege melkpak of door het op een meetlat te leggen?)

- Zand (6)
 - Aantal meetpunten zand over de hoeveelheid zand, rond kantelpunt grafiek meer metingen... (tenminste 15 voor 3pt)
 - Nulpunt meegenomen?
 - Aantal meetseries per meetpunt (1pt aftrek als maar één keer of niet gecheckt)
 - Grafiek netjes gemaakt met assen en groot genoeg. (2)
 - Via grafiek een idee van de nauwkeurigheid van meten (1)

- Water (5)
 - Idem aantal meetpunten verdeeld over hoeveelheid water, rond kantelpunt grafiek meer metingen...
 - Nulpunt meegenomen?
 - Aantal meetseries per meetpunt
 - Grafiek netjes gemaakt met assen en groot genoeg.
 - Via grafiek een idee van de nauwkeurigheid van meten

- Ruw idee van de meetonzekerheid (0)
 - In beide gevallen naar gekeken.

- Model kunnen maken? (3)
 - Moet wel ergens op lijken (2)
 - De meetonzekerheid meegenomen in vergelijk model en metingen (1)

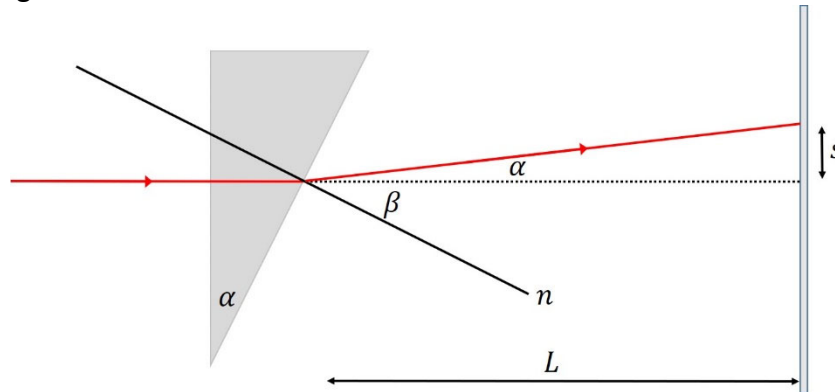
Voor olympiade daarna punten*10/16

FINALE NATUURKUNDE OLYMPIADE 2019

UITWERKING PRAKTIKUMTOETS Fresnel

Opdracht A

Afleiding, zie figuur.



Voor de breking geldt:

$$\frac{1}{n} = \frac{\sin \alpha}{\sin(\alpha + \beta)} = \frac{\alpha}{\alpha + \beta}$$

Oftewel:

$$\begin{aligned} n\alpha &= \alpha + \beta \\ \alpha(n - 1) &= \beta \\ \alpha &= \frac{\beta}{n - 1} = \frac{s}{L(n - 1)} \end{aligned}$$

Door s en L op te meten is α dus met $n = 1,52$ te bepalen.

Voor de (waarschijnlijke) fout in α geldt:

$$\Delta\alpha = \left[\left(\frac{1}{L(n-1)} \Delta s \right)^2 + \left(\frac{-s}{L^2(n-1)} \Delta L \right)^2 + \left(\frac{-s}{L(n-1)^2} \Delta n \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

Makkelijker geschreven:

$$\Delta\alpha = \left[\left(\frac{\alpha}{s} \Delta s \right)^2 + \left(\frac{\alpha}{L} \Delta L \right)^2 + \left(\frac{\alpha}{(n-1)} \Delta n \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

Het gebruikte Fresnel prisma is van fabrikant Trusetal en wordt verkocht door MediSense.

De gebruikte sterkte is een zgn. $\Delta 3$ oftewel 3 cm/m. Dat geeft $\alpha = 0,0577 = 3,3^\circ$.

Metingen: Laserstip op scherm aangeven met en zonder Fresnel prisma, afstand L opmeten:

$$L = 104,1 \pm 0,2 \text{ cm}$$

$$s = 3,1 \pm 0,1 \text{ cm}$$

Invullen levert: $\alpha = (0,057 \pm 0,002) \text{ rad} = (3,3 \pm 0,1)^\circ$

Opdracht B1

Zoeken naar een patroon waar de lijnen goed waarneembaar zijn.

Er is een plek te vinden waarbij 4 lijnen met een onderlinge afstand van 1,1 cm waarneembaar zijn. De schermafstand is dan $L = 97,1$ cm.

Het m -de maximum wordt onder een hoek α_m gezien. Er geldt dan dus:

$$\sin \alpha_m = \frac{m\lambda}{d} = \frac{s_m}{L}$$

Eenzelfde geldt voor het n -de maximum.

Voor het verschil geldt dus:

$$\sin \alpha_m - \sin \alpha_n = \frac{m\lambda}{d} - \frac{n\lambda}{d} = \frac{s_m}{L} - \frac{s_n}{L}$$

Oftewel:

$$\frac{(m - n)\lambda}{d} = \frac{(s_m - s_n)}{L}$$

Nu volgt dus voor de pitch d :

$$d = \frac{L(m - n)\lambda}{(s_m - s_n)}$$

Metingen: $L = 97,1$ cm, $m - n = 3$, $s_m - s_n = 1,1$ cm en gegeven $\lambda = 650$ nm.

Dat levert op: $d = 0,17$ mm.

Dat impliceert ongeveer 6 /mm.

Met het blote oog lijkt het echter 3 /mm te zijn, zie foto.

De factor 2 is niet te verklaren.



Opdracht B2

Uit de theorie volgt:

$$\frac{dy}{dx} = \tan \alpha = \alpha = \frac{s}{L(n - 1)} = \frac{-1}{R} x$$

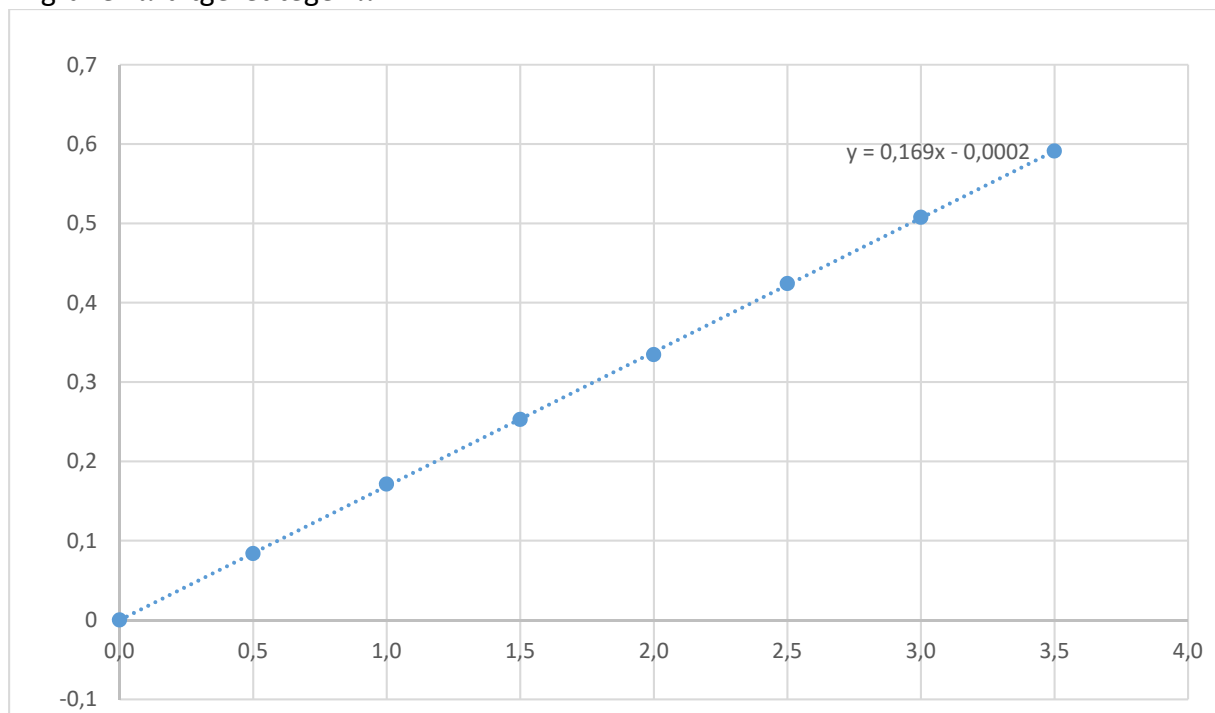
Voor een ingestelde L kan dus $s(x)$ opgemeten worden.

Nulpunt kan gevonden worden door de laser zodanig te positioneren dat de laserstraal precies door het midden gaat. Dat is aan het diffractiepatroon te zien. Vervolgens kan met het meetlintje de positie x worden ingesteld en $s(x)$ worden gemeten.

Resultaten:

x (cm)	s (cm)	α
0,0	0,0	0,000
0,5	4,2	0,083582
1,0	8,6	0,171144
1,5	12,7	0,252736
2,0	16,8	0,334328
2,5	21,3	0,423881
3,0	25,5	0,507463
3,5	29,7	0,591045

In grafiek α uitgezet tegen x :



De helling moet gelijk zijn aan $-1/R$.

Hieruit volgt: $R = 5,97$ cm, voor de brandpuntsafstand volgt dan: $f = 11,9$ cm.

Door eenvoudig een afbeelding te maken van een TL buis uit het plafond op de tafel is in te zien dat de gevonden waarde de juiste orde grootte is.

Fresnel lens verkregen via Metzon.nl