

**TWEEDE RONDE
NATUURKUNDE OLYMPIADE
2017**

TOETS 1



**12 APRIL 2017
11:00 – 12:45 uur**

<i>symbool</i>	<i>naam</i>	<i>waarde</i>
G	gravitatieconstante	$6,67384 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$
g	valversnelling (gemiddeld in Nederland)	$9,81 \text{ ms}^{-2}$
p_0	standaarddruk	$1,01325 \cdot 10^5 \text{ Pa}$
V_m	molaire volume	
	• (ideaal gas bij $T = 273,15 \text{ K}$ en $p = p_0$)	$2,2413968 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3 \text{ mol}^{-1}$
	• (gasvormige stof bij $T = 298 \text{ K}$ en $p = p_0$)	$2,45 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3 \text{ mol}^{-1}$
0°C	smeltpunt van ijs ($p = p_0$)	$273,15 \text{ K}$
N_A	constante van Avogadro	$6,02214129 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
R	gasconstante	$8,3144621 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$
k_B	constante van Boltzmann	$1,3806488 \cdot 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$
σ	constante van Stefan-Boltzmann	$5,670373 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$
k_w	constante van Wien	$2,8977721 \cdot 10^{-3} \text{ m K}$
h	constante van Planck	$6,62606957 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$
c	lichtsnelheid	$2,99792458 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}$ (per definitie)
ϵ_0	elektrische permittiviteit van het vacuüm	$8,854187817 \cdot 10^{-12} \text{ F m}^{-1}$
f	constante in de wet van Coulomb	$8,987551787 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2 \text{ C}^{-2}$ $f = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$
μ_0	magnetische permeabiliteit van vacuüm	$1,25664 \cdot 10^{-6} \text{ H m}^{-1}$ $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H m}^{-1}$ (per definitie)
e	elementair ladingsquantum	$1,602176565 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
F	constante van Faraday	$9,64853365 \cdot 10^4 \text{ C mol}^{-1}$ $F = eN_A$
a_0	atoomstraal H-atoom (volgens Bohr)	$5,2917721092 \cdot 10^{-11} \text{ m}$
R_H	rydbergconstante voor waterstof	$1,096775834 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$

1 Eenheden. (3 punten)

Een helikopter A kan stil hangen in de lucht als de motor van de helikopter een vermogen P_A levert. Een tweede helikopter B , met lineaire dimensies die helft van die van helikopter A , heeft een vermogen P_B nodig.

Bereken P_B/P_A .

Opmerking: Neem aan dat het benodigde vermogen enkel afhangt van de valversnelling g , de (lineaire) afmetingen L , de gemiddelde dichtheid ρ_{hel} van de helikopter en de dichtheid ρ_{lucht} van de lucht.

Hint: Dimensie analyse.

2 Fontein. (5 punten)

In Canberra (Australië) staat het Captain James Cook memorial. Een onderdeel daarvan is een fontein die het water opspuit tot een hoogte van 147 meter. Er bevindt zich steeds $6,0 \text{ m}^3$ water in de lucht.

Bereken het vermogen dat de pompen minimaal moeten leveren.

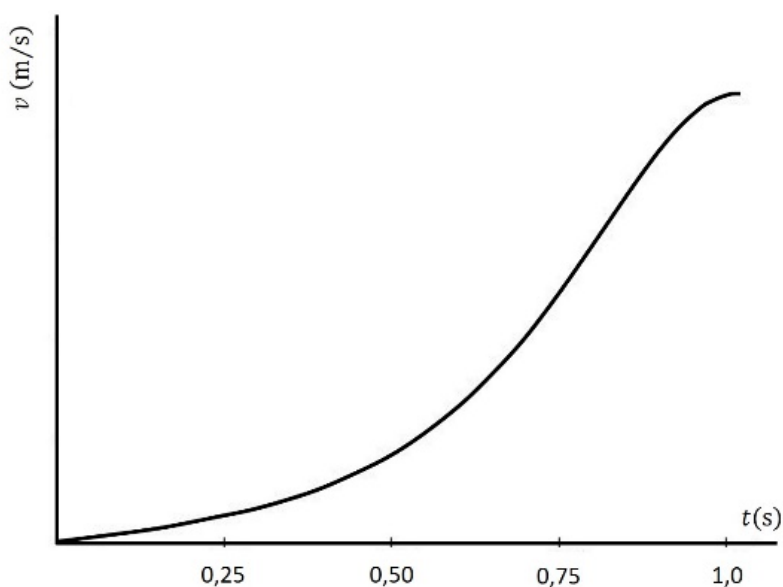
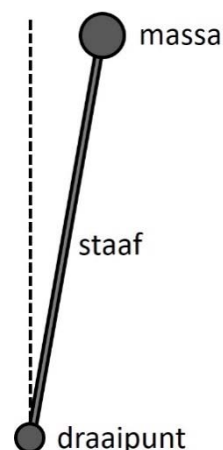


3 Slinger. (5 punten)

Een staaf met verwaarloosbare massa is aan het éne uiteinde zodanig opgehangen dat hij in een verticaal vlak vrij kan ronddraaien. Aan het andere uiteinde is een voorwerp met verwaarloosbare afmetingen, maar met niet verwaarloosbare massa bevestigd. De staaf wordt zó geplaatst, dat hij een hoek van 5° met de verticaal maakt. Zie de schets. Vervolgens wordt het systeem losgelaten waardoor het naar beneden draait. Wrijving wordt daarbij verwaarloosd.

Van de baansnelheid van het voorwerp is een diagram gemaakt, dat hieronder is afgebeeld. Het feit dat er geen waarden bij de snelheidsas staan, is een bewuste keuze.

Bepaal, o.a. met behulp van dit (v, t) -diagram, de lengte van de staaf. Geef duidelijk aan hoe je te werk gaat. Het diagram staat ook op de bijlage.



4 **Mengen** (4 punten)

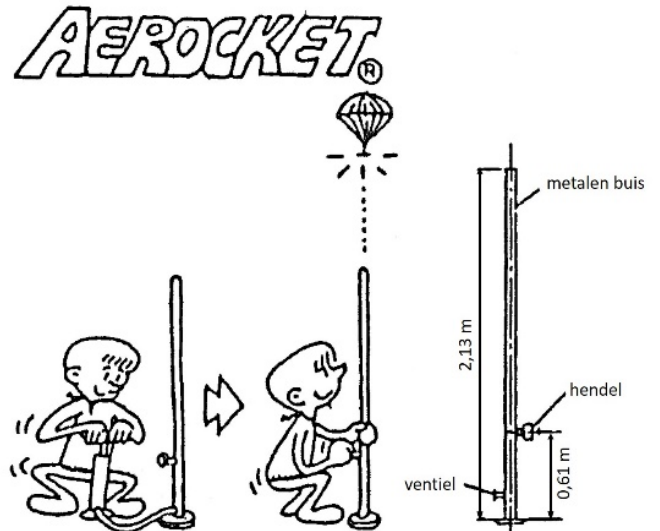
300 cm^3 toluen van 0°C wordt gemengd met 110 cm^3 toluen van 100°C . De uitzettingscoëfficiënt b van toluen is $1,0 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ terwijl de soortelijke warmte c van toluen $1,6 \cdot 10^3 \text{ Jkg}^{-1}\text{K}^{-1}$ is.

Bereken het eindvolume van het mengsel.

5 **Aerocket** (5 punten)

Aerocket is een speelgoedraket. De raket kan m.b.v. een metalen buis worden gelanceerd. Op het hoogste punt van de baan opent zich een parachute zodat de raket zonder schade kan landen.

Het lanceergedeelte bestaat uit een lange metalen buis van $2,13 \text{ m}$ lang en een binnendoorsnede van 645 mm^2 . De raket wordt in de buis geplaatst en op een hoogte van 61 cm d.m.v. een hendel vastgezet. De raket sluit de lucht onder de raket goed af. Met een fietspomp, aangesloten op het ventiel, wordt vervolgens de druk in de buis onder de raket verhoogd van $1,0$ naar $4,0$



atmosfeer. De raket wordt daarna gelanceerd door de hendel over te halen. De raket (inclusief parachute) heeft een massa van 600 gram .

Neem verder aan dat de omgevingstemperatuur 20°C is, dat de lucht zich ideaal gedraagt, dat het proces adiabatisch is en dat voor lucht geldt: $\gamma = 1,4$.

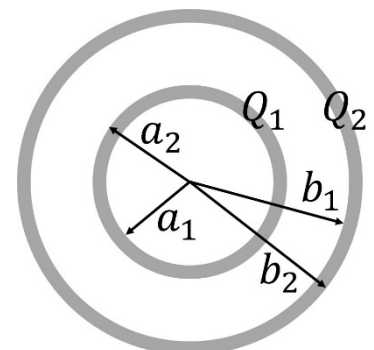
- (a) Hoeveel mol 'lucht' zit er voor de lancering onder de raket?
- (b) Wat is de temperatuur van de lucht in de buis op het moment dat de raket de buis verlaat?
- (c) Hoeveel arbeid heeft de lucht verricht op het moment dat de raket de buis verlaat?
- (d) Met welke snelheid komt de raket uit de buis?

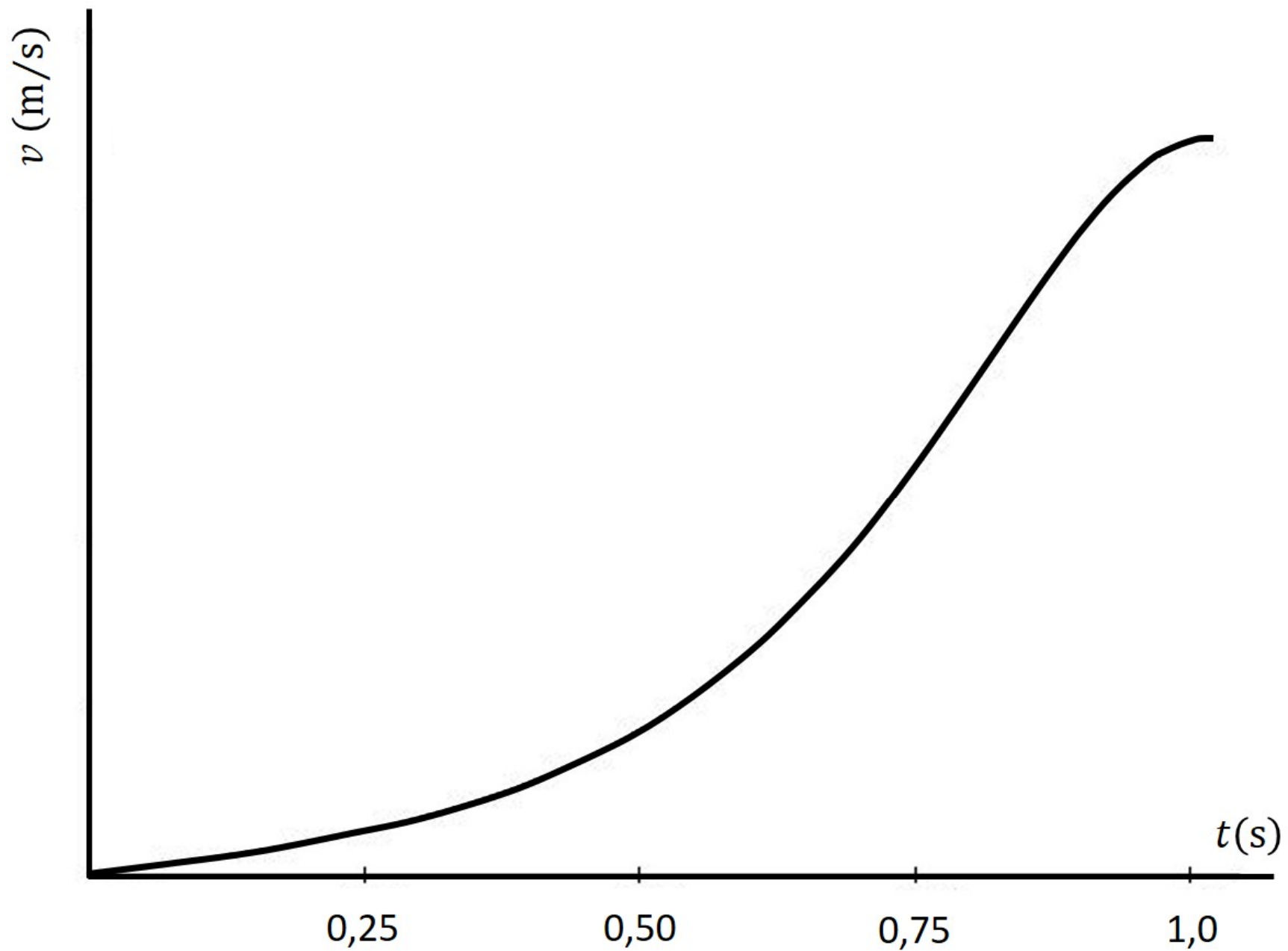
6 **2 bolletjes** (3 punten)

We beschouwen twee metalen bollen met eindige dikte, concentrisch in elkaar. De kleine bol heeft een binnendiameter a_1 en een buitendiameter a_2 . De grote bol heeft een binnendiameter b_1 en een buitendiameter b_2 .

Een lading Q_1 wordt op de binnenbol gezet en een lading Q_2 op de buitenbol.

- (a) Bepaal de ladingsdichtheden op de oppervlakken van de bollen.
- (b) Als $Q_1 = -Q_2$, bepaal dan de capaciteit van het systeem.





**TWEEDE RONDE
NATUURKUNDE OLYMPIADE
2017**

TOETS 2



**12 APRIL 2017
13:30 – 15:15 uur**

<i>symbool</i>	<i>naam</i>	<i>waarde</i>
G	gravitatieconstante	$6,673\,84 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$
g	valversnelling (gemiddeld in Nederland)	$9,81 \text{ ms}^{-2}$
p_0	standaarddruk	$1,013\,25 \cdot 10^5 \text{ Pa}$
V_m	molair volume	
	• (ideaal gas bij $T = 273,15 \text{ K}$ en $p = p_0$)	$2,241\,396\,8 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \text{ mol}^{-1}$
	• (gasvormige stof bij $T = 298 \text{ K}$ en $p = p_0$)	$2,45 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3 \text{ mol}^{-1}$
$0 \text{ }^\circ\text{C}$	smeltpunt van ijs ($p = p_0$)	$273,15 \text{ K}$
N_A	constante van Avogadro	$6,022\,141\,29 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
R	gasconstante	$8,314\,462\,1 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$
k_B	constante van Boltzmann	$1,380\,648\,8 \cdot 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$
σ	constante van Stefan-Boltzmann	$5,670\,373 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$
k_w	constante van Wien	$2,897\,772\,1 \cdot 10^{-3} \text{ m K}$
h	constante van Planck	$6,626\,069\,57 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$
c	lichtsnelheid	$2,997\,924\,58 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$ (per definitie)
ϵ_0	elektrische permittiviteit van het vacuüm	$8,854\,187\,817 \cdot 10^{-12} \text{ F m}^{-1}$
f	constante in de wet van Coulomb	$8,987\,551\,787 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$ $f = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$
μ_0	magnetische permeabiliteit van vacuüm	$1,256\,64 \cdot 10^{-6} \text{ H m}^{-1}$ $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H m}^{-1}$ (per definitie)
e	elementair ladingsquantum	$1,602\,176\,565 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
F	constante van Faraday	$9,648\,533\,65 \cdot 10^4 \text{ C mol}^{-1}$ $F = eN_A$
a_0	atoomstraal H-atoom (volgens Bohr)	$5,291\,772\,109\,2 \cdot 10^{-11} \text{ m}$
R_H	rydbergconstante voor waterstof	$1,096\,775\,834 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$

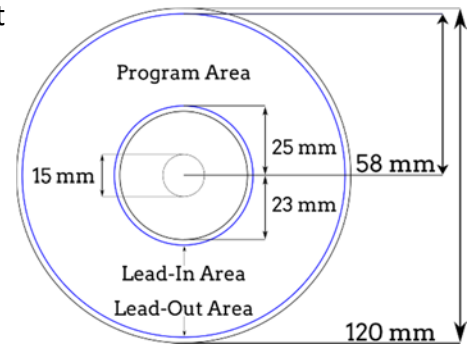
7 CD (2 punten)

Een CD bevat 650 MB aan informatie. Deze informatie staat in een (hele) grote spiraal van binnen naar buiten. De informatie wordt met een laser uitgelezen.

- (a) Bepaal de grootte van 1 bit informatie op een CD. Maak hierbij gebruik van het plaatje hiernaast. (1 byte = 8 bits)

De informatiedichtheid op een CD is overal even groot. Punt *A* bevindt zich dicht bij het midden van de CD dan punt *B*. De informatie wordt eerst bij punt *A* uitgelezen en vervolgens bij punt *B*.

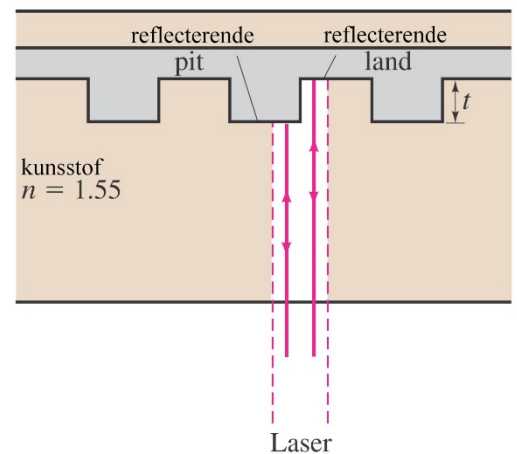
- (b) Beredeneer bij welk punt de CD het snelst ronddraaide.



8 Nog een CD (3 punten)

Op een CD wordt digitale informatie opgeslagen als een reeks ophogingen in het oppervlak die *pits* worden genoemd en uithollingen die *lands* worden genoemd. Zowel pits als lands zijn sterk reflecterend en zijn ingebouwd in een dik stuk kunststof materiaal met een brekingsindex $n = 1,55$. Als een laser met een golflengte van 780 nm (in lucht) de pit-landreeks aftast, wordt de overgang gedetecteerd door het volgen van de intensiteit van het gereflecteerde laserlicht van de CD. Op het moment dat de helft van de laserstraal wordt gereflecteerd vanaf de pit en de andere helft vanaf de land, willen we dat de twee gereflecteerde helften van de straal 180 met elkaar uit fase zijn. [Wanneer dit licht een detector binnengaat, heffen de twee uit-fasehelften van de laserstraal elkaar op, wat een minimale detectoroutput tot gevolg heeft.]

Wat moet het minimale hoogteverschil tussen een pit en een land zijn?



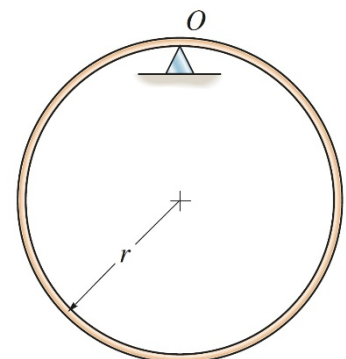
9 Hoepel (5 punten)

Een dunne hoepel met een massa m en een straal r wordt opgehangen in punt *O* en kan wrijvingsloos om dat punt slingeren. Zie het plaatje hiernaast.

- (a) Geef een uitdrukking voor de slingertijd T_h voor kleine uitwijkingen.

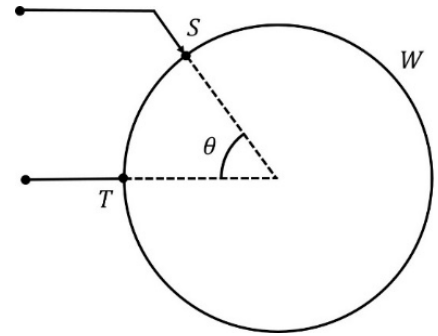
Een staaf met lengte $2r$ en massa m wordt opgehangen aan een uiteinde en maakt na een klein zetje een slingerbeweging met een slingertijd T_s . Een massa m wordt aan een touwtje met lengte $2r$ opgehangen en maakt na een klein zetje een slingerbeweging met slingertijd T_t .

- (b) Zet de drie slingertijden op volgorde van groot naar klein. Gebruik bij je eindantwoord de operatoren $>$ en $=$.



10 Nog een hoepel (5 punten)

Een stuk weerstandsdraad W met een lengte l en een weerstand R wordt in een gesloten cirkel gebogen. Contactpunt T is vast, contactpunt S is vrij beweegbaar. De hoek θ kan variëren tussen 0° en 360° . Bereken θ als tussen T en S een weerstand van $R/6$ wordt gemeten.

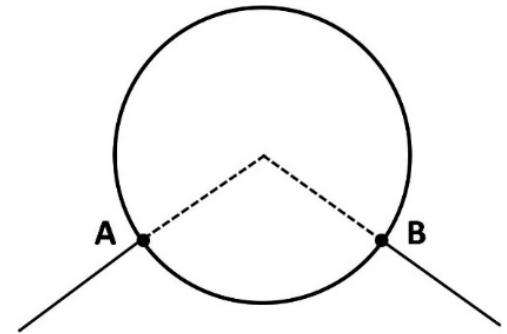


11 Opgehoepeld (5 punten)

Twee punten A en B op een ring met straal R van een dunne homogene draad worden met een batterij verbonden. Bereken de sterkte van het magneteveld in het centrum van de ring onder de aanname dat de toe- en afvoerdraden ten gevolge van hun symmetrische ligging geen invloed zullen hebben op de magnetische veldsterkte in dat centrum.

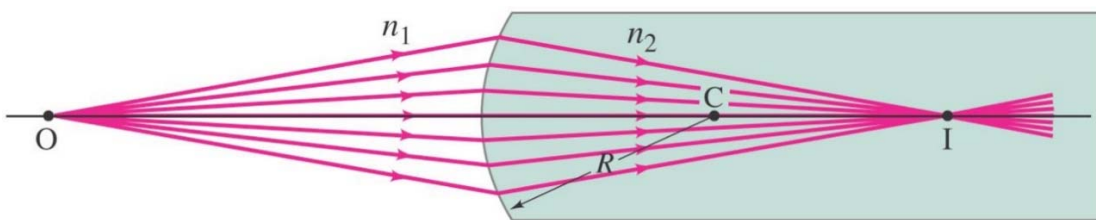
Je kan hierbij de wet van Biot-Savart gebruiken. In dit geval geldt dat de grootte van de bijdrage dB aan het magnetisch veld in het midden van de ring ten gevolge van een stroom I door een cirkelsegmentje dl gegeven wordt door:

$$dB = (\mu_0 I dl) / (4\pi R^2)$$



12 Glazen bol (5 punten)

We bekijken de breking van stralen aan het bolvormig oppervlak van een doorzichtig materiaal. Van een voorwerp in O wordt een afbeelding gemaakt in I . Het voorwerp bevindt zich in een medium met brekingsindex n_1 . Het beeld in I bevindt zich in een medium waarvan de brekingsindex gelijk is aan n_2 . De kromtestraal van het bolvormig grensvlak is gelijk aan R en het kromtemiddelpunt bevindt zich in punt C . Zie de figuur.



(a) Toon aan dat voor deze situatie geldt: $\frac{n_1}{d_0} + \frac{n_2}{d_1} = \frac{n_2 - n_1}{R}$

Hierbij is d_0 de afstand van punt O tot het oppervlak en d_1 de afstand van het oppervlak tot punt I . Maak gebruik van de bijlage en gebruik de kleine hoek benadering: $\sin \theta \approx \theta$.

Een puntbron van licht wordt geplaatst op een afstand van 25,0 cm van het middelpunt van een glazen bol ($n = 1,5$) met een straal van 10,0 cm, zie de figuur.

(b) Bepaal het beeld van de bron.

