

9 juli 2015

Algemene aanwijzingen

- De theoretische toets duurt 5 uur en heeft een maximale score van 30 punten.
- Je mag de enveloppe met de opgaven niet aanraken voordat het geluidssignaal voor de start klinkt.
- Er zijn IPhO antwoordbladen voor het opschrijven van de antwoorden. Noteer de eindantwoorden op de aangegeven antwoordbladen (gemarkeerd **A**). Daarnaast worden er ook lege bladen (gemarkeerd **D**) ter beschikking gesteld om de opgaven gedetailleerd uit te werken. Als je iets opgeschreven hebt dat niet voor beoordeling bedoeld is, zet er dan een kruis door.
- Vul alle velden aan de bovenkant van je antwoordblad in (Contestant Code, Vraag T1,T2 of T3 en Pagina nummer).
- Je kan vaak andere gedeelten van een opgave oplossen zonder voorgaande gedeelte van de opgave opgelost te hebben.
- Je mag je werkgebied niet zonder toestemming verlaten. Als je hulp nodig hebt (defecte calculator, toilet break etc.) dien je de surveillant erop te attenderen. Doe dit met een rode kaart (voor hulp) of met een groene kaart (voor toilet break).
- Het begin en het eind van de theoretische toets wordt ingeluid met een geluidssignaal. Daartussen zal elk uur een geluidssignaal afgegeven worden. Vijftien minuten voor het einde van de theoretische toets (voor het eind geluidssignaal) zal een zoemer te horen zijn.
- Aan het einde van de theoretische toets dien je onmiddellijk te stoppen met schrijven. Nummer je antwoordbladen en zet ze in volgorde. Stop ze daarna in de ter beschikking gestelde enveloppe en laat de enveloppe achter op tafel. Je mag geen blad(en) meenemen uit je werkgebied.
- Wacht tot jouw enveloppe opgehaald wordt. Nadat alle enveloppes zijn opgehaald word je door de studentguide uit je werkgebied naar buiten begeleid.
- Een lijst van fundamentele constanten staat op het volgend blad.

Fundamentele constanten

Gravitatie versnelling	g	9.807 m s^{-2}
Atmosferische druk	P_{atm}	$1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$
Getal van Avogadro	N_A	$6.022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
Constante van Boltzmann	k_B	$1.381 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$
Bindingsenergie van waterstof atoom	—	13.606 eV
Lading van een elektron	e	$1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$
Massa van een elektron	m_e	$9.109 \times 10^{-31} \text{ kg}$
Massa van een proton	m_p	$1.673 \times 10^{-27} \text{ kg}$
Massa van een neutron	m_n	$1.675 \times 10^{-27} \text{ kg}$
Permeabiliteit in lucht	μ_0	$1.257 \times 10^{-6} \text{ H m}^{-1}$
Permittiviteit in lucht	ϵ_0	$8.854 \times 10^{-12} \text{ F m}^{-1}$
Constante van Planck	h	$6.626 \times 10^{-34} \text{ J s}$
Snelheid van geluid in lucht (bij kamertemperatuur)	c_s	$3.403 \times 10^2 \text{ m s}^{-1}$
Snelheid van licht in vacuüm	c	$2.998 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$
Constante Stefan-Boltzmann	σ	$5.670 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$
Universele Gravitatie constante	G	$6.674 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$
Universele gas constante	R	$8.315 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$

Deeltjes afkomstig van de zon

(Totaal: 10 punten)

Fotonen afkomstig van het oppervlak van de zon en neutrino's afkomstig vanuit de kern van de zon kunnen ons informatie geven over de temperatuur van de zon en ook bevestigen dat de zon schijnt als gevolg van nucleaire reacties in de kern van de zon.

In deze opgave geldt: de massa zon $M_{\odot} = 2.00 \times 10^{30}$ kg, de straal van de zon $R_{\odot} = 7.00 \times 10^8$ m, de helderheid (stralingsenergie per tijdseenheid) $L_{\odot} = 3.85 \times 10^{26}$ W en de afstand tussen de aarde en zon $d_{\odot} = 1.50 \times 10^{11}$ m.

Opmerking:

$$(i) \int x e^{ax} dx = \left(\frac{x}{a} - \frac{1}{a^2} \right) e^{ax} + \text{Constante}$$

$$(ii) \int x^2 e^{ax} dx = \left(\frac{x^2}{a} - \frac{2x}{a^2} + \frac{2}{a^3} \right) e^{ax} + \text{Constante}$$

$$(iii) \int x^3 e^{ax} dx = \left(\frac{x^3}{a} - \frac{3x^2}{a^2} + \frac{6x}{a^3} - \frac{6}{a^4} \right) e^{ax} + \text{Constante}$$

A Straling afkomstig van de zon:

A1	Neem aan dat de zon een perfecte zwarte straler is. Gebruik deze veronderstelling om de temperatuur, T_s , op het oppervlak van de zon te bepalen.	0.3
----	--	------------

Het spectrum van zonnestraling kan goed benaderd worden met de distributiewet van Wien.

Hierdoor kan de zonne-energie die per tijdseenheid en per frequentie-eenheid, $u(\nu)$, invalt op het aardoppervlak, weergegeven worden met de volgende formule:

$$u(\nu) = A \frac{R_{\odot}^2}{d_{\odot}^2} \frac{2\pi h}{c^2} \nu^3 \exp(-h\nu/k_B T_s),$$

Waarbij A de oppervlakte is, loodrecht op de richting van de invallende straling en ν de frequentie. Beschouw nu een zonnecel die bestaat uit een dunne plaat van een halfgeleider materiaal met oppervlakte A , die loodrecht op de richting van de zonnestralen geplaatst wordt.

A2	Druk m.b.v. de benadering van Wien het totale uitgezonden vermogen van de zon, invallend op het oppervlak van de zonnecel, P_{in} , uit in termen (functie) van A , $R_{\odot}$, $d_{\odot}$, T_s en de fundamentele constanten c , h , k_B .	0.3
A3	Druk het aantal fotonen, $n_{\gamma}(\nu)$, per tijdseenheid per frequentie-eenheid invallend op het oppervlak van de zonnecel uit in termen (als functie) van A , $R_{\odot}$, $d_{\odot}$, T_s , ν en de fundamentele constanten c , h , k_B .	0.2

Het halfgeleider materiaal van de zonnecel heeft een “energygap” (energiekloof) E_g . We nemen het volgend model aan: Elk foton met energie $E \geq E_g$ brengt een elektron in een aangeslagen toestand waarbij de energygap wordt overbrugd. Dit aangeslagen elektron draagt een hoeveelheid energie E_g bij aan de bruikbare ‘output’ energie van de zonnecel en de overige energie wordt omgezet in warmte (niet omgezet in bruikbare energie).

A4	Definieer $x_g = h\nu_g/k_B T_s$ waarbij $E_g = h\nu_g$. Druk het bruikbare ‘output’ vermogen van de zonnecel, P_{out} , uit in termen van x_g , A , $R_{\odot}$, $d_{\odot}$, T_s en de fundamentele constanten c , h , k_B .	1.0
A5	Druk het rendement, η , van de zonnecel uit in termen van x_g .	0.2
A6	Maak een kwalitatieve schets van η versus x_g . Geef de waarden bij $x_g = 0$ en $x_g \rightarrow \infty$ duidelijk aan. Wat is de steilheid (helling) $\eta(x_g)$ bij $x_g = 0$ en $x_g \rightarrow \infty$?	1.0

A7	x_0 is de waarde van x_g waarvoor η maximaal is. Bepaal de derdegraads vergelijking waaruit x_0 verkregen kan worden. Schat de waarde van x_0 binnen een nauwkeurigheid van $\pm 0,25$. Bepaal met de verkregen waarde $\eta(x_0)$.	1.0
A8	De energygap van puur silicium is gelijk aan, $E_g = 1.11$ eV. Bepaal met deze waarde het rendement, η_{Si} , van de silicium zonnecel.	0.2

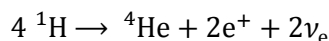
In de late negentiende eeuw hebben Kelvin en Helmholtz (KH) een hypothese opgesteld om uit te leggen waarom de zon schijnt. Hun basisbeginsel was dat de zon begonnen is als een grote wolk met massa $M_\odot$, met verwaarloosbare dichtheid, die continu aan het inkrimpen is. Het schijnen van de zon zou dan het gevolg zijn van de vrijgekomen zwaarte energie (gravitatie potentiële energie) door het trage inkrimpen van de massa.

A9	Laten we aannemen dat de dichtheid van de materie binnen de zon homogeen is. Bepaal de totale zwaarte energie (gravitatie potentiële energie) Ω , van de zon op dit moment, in termen van G , $M_\odot$ and $R_\odot$.	0.3
A10	Schat de maximale mogelijke tijd, τ_{KH} (in jaren), die de zon geschenen heeft volgens de hypothese van KH. Neem aan dat de helderheid van de zon constant is gebleven gedurende deze periode.	0.5

De hierboven berekende τ_{KH} komt niet overeen met de leeftijd van het zonnestelsel volgens de studie van meteorieten. Dit geeft aan dat de energiebron van de zon niet puur op gravitatie gebaseerd is.

B Neutrino's afkomstig van de zon:

In 1938 stelde Hans Bethe voor dat nucleaire fusie van waterstofatoom tot helium in de kern van de zon de bron is van de zonne energie. Deze nucleaire reactie wordt kort weergegeven als:



De “elektron neutrino's”, ν_e , die ontstaan in deze reactie mogen massaloos beschouwd worden. De detectie van de neutrino's op aarde bevestigt het voorkomen van een nucleaire reactie in de zon. Het deel van de energie dat de neutrino's van deze reactie meenemen mag in deze opgave verwaarloosbaar klein beschouwd worden.

B1	Bereken de flux dichtheid Φ_ν , van het aantal neutrinos die de aarde bereiken in $\text{m}^{-2}\text{s}^{-1}$. De energie die vrijkomt in bovenstaande reactie is $\Delta E = 4.0 \times 10^{-12}$ J. Neem aan dat de straling van de zon in zijn geheel een gevolg is van de bovenstaande reactie.	0.6
----	--	-----

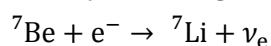
Tijdens de reis van de kern van de zon naar de aarde worden sommige van de elektron neutrinos, ν_e , omgezet in andere vormen van neutrinos, ν_x . De efficiëntie om ν_x te detecteren is 1/6 deel van de efficiëntie waarmee ν_e gedetecteerd wordt. We verwachten N_1 neutrinos in een jaar te detecteren als er geen neutrino conversie plaats vindt. Echter wordt er een gemiddelde van N_2 neutrinos (ν_e and ν_x gecombineerd) per jaar gedetecteerd als gevolg van conversie.

B2	Bereken in termen van N_1 en N_2 de fractie f van ν_e die omgezet wordt in ν_x .	0.4
----	--	-----

Om neutrino's te detecteren worden grote detectoren geconstrueerd. Deze zijn gevuld met water. Ondanks de geringe interacties van neutrino's met materie, kunnen ze in de detector af en toe elektronen los slaan van de water moleculen. Deze energierijke elektronen bewegen met een hoge snelheid door water, waarbij er elektromagnetische straling uitgezonden wordt. Als de snelheid van het elektron groter is dan de lichtsnelheid van licht in water (met brekingsindex n), dan wordt de straling in de vorm van een kegel (cone) uitgezonden. Deze straling wordt Cherenkov straling genoemd.

B3	Neem aan dat het door het neutrino losgeslagen elektron een constant energie verlies per tijdseenheid α lijdt, terwijl het door water beweegt. Stel dat dit elektron Cherenkov straling uitzendt gedurende een tijdsinterval Δt . Bepaal de energie ($E_{\text{overdracht}}$) die aan dit elektron door het neutrino is overgedragen in termen van α , Δt , n , m_e en c . (Neem aan dat het elektron voor de botsing met het neutrino in rust was.)	2.0
----	--	-----

De fusie van H in He in de zon verloopt in verschillende stappen. De kern van ${}^7\text{Be}$ (rustmassa m_{Be}) ontstaat in één van deze stappen. Vervolgens kan deze kern een elektron absorberen, waardoor een ${}^7\text{Li}$ kern (rustmassa $m_{\text{Li}} < m_{\text{Be}}$) ontstaat en een neutrino ν_e wordt uitgezonden. De bijbehorende kernreactie is:



Als een Be kern ($m_{\text{Be}} = 11.65 \times 10^{-27} \text{ kg}$) in rust een elektron (ook in rust) absorbeert, heeft het uitgezonden neutrino een energie $E_\nu = 1.44 \times 10^{-13} \text{ J}$. Echter de Be kern voert een willekeurige thermische beweging uit als gevolg van de temperatuur T_c in de kern van de zon en fungeert daardoor als een bewegende neutrino bron. Het resultaat hiervan is dat de energie van de uitgezonden neutrino's fluctueert met de kwadratisch gemiddelde waarde (root mean square) van de energie ΔE_{rms} .

B4	Als $\Delta E_{\text{rms}} = 5.54 \times 10^{-17} \text{ J}$, bereken dan de kwadratisch gemiddelde waarde van de snelheid, V_{Be} van de Be kern en schat hieruit de waarde van T_c . (Hint: ΔE_{rms} is afhankelijk van de kwadratisch gemiddelde waarde van de snelheids component langs de lijn van het gezichtsveld).	2.0
----	---	-----

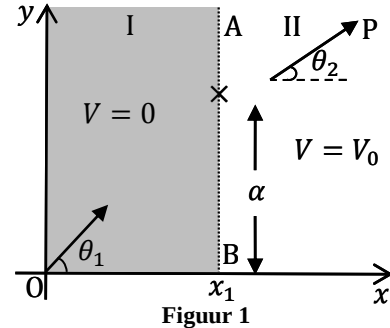
Vraag	Antwoord	Punten
A1	$T_s =$	0.3
A2	$P_{\text{in}} =$	0.3
A3	$n_\gamma(\nu) =$	0.2
A4	$P_{\text{out}} =$	1.0
A5	$\eta =$	0.2
A6	Schets van η versus x_g  Steilheid bij $x_g = 0$: _____ Steilheid bij $x_g \rightarrow \infty$: _____	1.0
A7	$x_0 =$ $\eta(x_0) =$	1.0
A8	$\eta_{\text{Si}} =$	0.2
A9	$\Omega =$	0.3
A10	$\tau_{\text{KH}} =$	0.5

Het Extremum Principe

(Totaal: 10 Punten)

A Het Extremum Principe in de Mechanica

Beschouw een horizontaal en wrijvingsloos $x-y$ vlak zoals weergegeven in Fig. 1. Het is onderverdeeld in twee gebieden, I en II, door een lijn AB die voldoet aan de vergelijking $x = x_1$. De potentiële energie van een puntmassa m in gebied I is $V = 0$ terwijl deze in gebied II gelijk is aan $V = V_0$. Het deeltje beweegt met een snelheid v_1 vanuit de oorsprong langs een lijn die een hoek θ_1 maakt met de x -as. Het bereikt het punt P in gebied II met een snelheid v_2 op een lijn die een hoek θ_2 maakt met de x -as. Verwaarloos de zwaartekracht en relativistische effecten in de volledige opgave T-2 (alle onderdelen).



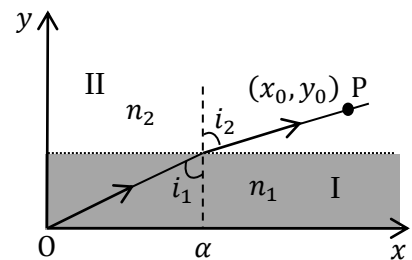
A1	Leid een uitdrukking af voor v_2 in termen (functie) van m , v_1 en V_0 .	0.2
A2	Druk v_2 uit in termen (functie) van v_1 , θ_1 en θ_2 .	0.3

We definiëren een grootte, actie genaamd, als $A = m \int v(s) ds$ waarbij ds een infinitesimale lengte is langs het pad van een massa m die beweegt met een snelheid $v(s)$. We integreren langs het gevolgde pad. Zo zal bijvoorbeeld voor een deeltje, dat met een constante snelheid v beweegt op een cirkelvormig pad met een straal R , de actie A voor één omwenteling gelijk zijn aan $2\pi m R v$. Voor een deeltje met een constante energie E , kan worden aangetoond dat uit alle mogelijke paden die kunnen worden gevolgd, dat pad wordt gevolgd waarvoor de hierboven gedefinieerde A een extremum (minimum of maximum) bereikt. Historisch staat dit bekend als het Principe van de Minimale Actie (PMA).

A3	PMA houdt in dat het pad, gevolgd door een bewegend deeltje tussen twee vaste punten in een gebied waar een constante potentiaal heerst, een rechte lijn is. De twee vaste punten O en P in figuur 1 hebben respectievelijk coördinaten $(0,0)$ en (x_0, y_0) en het grenspunt, waar het deeltje overgaat van gebied I in gebied II heeft coördinaten (x_1, α) . Merk op dat x_1 een vaste waarde is en dat de actie alleen afhangt van de coördinaat α . Schrijf een uitdrukking voor de actie $A(\alpha)$. Gebruik PMA om een relatie te vinden tussen v_1/v_2 en deze coördinaten.	1.0
----	--	-----

B Het Extremum Principe in de Optica

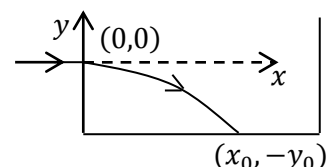
Een lichtstraal plant zich voort tussen middenstoffen I en II, met respectievelijk brekingsindices n_0 and n . De twee media worden van elkaar gescheiden door een lijn evenwijdig aan de x -as. In medium I maakt de lichtstraal een hoek i_0 met de y -as en in medium II een hoek i . Om het pad van de lichtstraal te vinden maken we gebruik van een ander extremum principe (minimum of maximum), bekend als het principe van minimale tijd van Fermat.



Figuur 2

B1	Het principe stelt dat het pad tussen twee vaste punten, dat gevolgd wordt door een lichtstraal, het pad is waarvoor de benodigde tijd een extremum vertoont. Leid de relatie af tussen $\sin i_1$ en $\sin i_2$ door gebruik te maken van het principe van Fermat.	0.5
----	---	-----

In Fig. 3 wordt een schematische voorstelling getoond van het pad van een laserbundel, die horizontaal invalt op een suikeroplossing waarvan de suikerconcentratie afneemt met toenemende hoogte. Als gevolg van deze afname neemt ook de brekingsindex af met de hoogte.



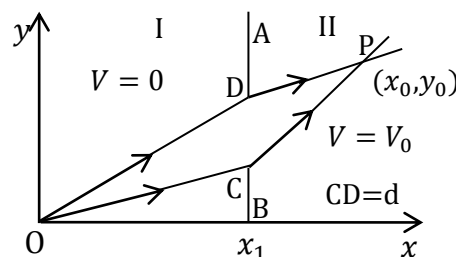
Figuur 3: Vat met een suikeroplossing.

B2	Neem aan dat de brekingsindex $n(y)$ alleen afhangt van y . Gebruik de vergelijking, verkregen in B1, om een uitdrukking te vinden voor de helling dy/dx van het bundelpad in termen (functie) van brekingsindex n_0 bij $y = 0$ en $n(y)$.	1.5
B3	De laserbundel wordt, zoals getoond, vanuit de oorsprong $(0,0)$ de suikeroplossing ingestuurd op een hoogte y_0 boven de bodem van het vat zoals getoond in figuur 3. Ga uit van $n(y) = n_0 - ky$ waarbij n_0 en k positieve constanten zijn. Zoek een uitdrukking voor x in termen van y en andere relevante grootheden voor het pad van de laserbundel. Je kan gebruik maken van: $\int \sec \theta d\theta = \ln(\sec \theta + \tan \theta) + \text{constant}$, waarbij $\sec \theta = 1/\cos \theta$ of van $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2-1}} = \ln(x + \sqrt{x^2-1}) + \text{constant}$	1.2
B4	Bepaal de waarde voor x_0 , het punt waar de bundel de bodem van het vat raakt. Neem $y_0 = 10.0$ cm, $n_0 = 1.50$, $k = 0.050 \text{ cm}^{-1}$ ($1 \text{ cm} = 10^{-2} \text{ m}$).	0.8

C Het Extremum Principe en het Golfkarakter van Materie

Nu onderzoeken we het verband tussen PMA en het golfkarakter van een bewegend deeltje. Hiervoor veronderstellen we dat een deeltje dat beweegt van O tot P alle mogelijke paden kan volgen en een pad zal zoeken dat afhangt van constructieve interferentie van de de Broglie golven.

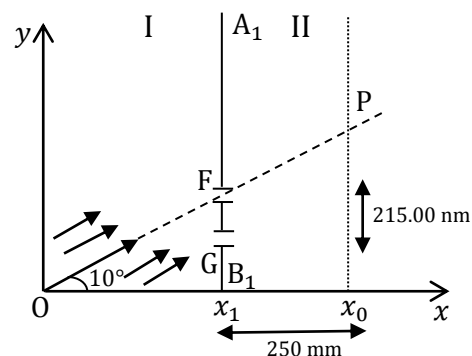
C1	Bepaal het verband tussen de faseverandering $\Delta\phi$ van de de Broglie golf van een deeltje en de verandering ΔA van de actie en de constante van Planck, als het deeltje zich langs zijn pad over een infinitesimale afstand Δs verplaatst.	0.6
C2	Beschouw opnieuw het probleem uit deel A waarbij een deeltje beweegt van O naar P (zie Fig. 4). Er wordt een ondoordringbare scheidingswand geplaatst op de grens AB tussen de twee gebieden. Er wordt een kleine opening CD van breedte d gemaakt in AB zodat $d \ll (x_0 - x_1)$ en $d \ll x_1$. Beschouw de twee uiterste paden OCP and ODP waarbij OCP samenvalt met het klassieke pad dat werd besproken in deel A. Bepaal tot in de eerste orde het faseverschil $\Delta\phi_{CD}$ tussen de twee paden.	1.2



Figuur 4

D Interferentie van Materie Golven

Beschouw een elektronenkanon dat vanuit O een evenwijdige elektronenbundel richt op een smalle spleet op plaats F in de scheidingswand A_1B_1 . Deze wand is geplaatst op $x = x_1$ zodat OFP een rechte lijn is. P is een punt op het scherm, geplaatst op $x = x_0$ (zie Fig. 5). De snelheid in gebied I is $v_1 = 2.0000 \times 10^7 \text{ m s}^{-1}$ en $\theta = 10.0000^\circ$. De potentiaal in II is zodanig dat $v_2 = 1.9900 \times 10^7 \text{ m s}^{-1}$. De afstand $x_0 - x_1$ bedraagt 250.00 mm ($1 \text{ mm} = 10^{-3} \text{ m}$). Verwaarloos elektron-elektron interacties.



Figuur 5

D1	Bereken de versnelspanning U_1 indien de elektronen uit O versneld werden vanuit rust.	0.3
D2	Er wordt een tweede identieke spleet G gemaakt in wand A_1B_1 op een afstand van 215.00 nm ($1\text{nm} = 10^{-9}\text{m}$) onder spleet F (Fig. 5). Indien de faseverandering tussen de de Brogliegolven die in P samenkomen vanuit spleten F en G $2\pi\beta$ bedraagt, bereken dan β .	0.8
D3	Wat is de kleinste afstand Δy tot P waarop verwacht kan worden dat er geen elektronen gedetecteerd zullen worden op het scherm? [Opmerking: de benadering $\sin(\theta + \Delta\theta) \approx \sin\theta + \Delta\theta \cos\theta$ kan mogelijk van pas komen]	1.2
D4	De bundel heeft een vierkante doorsnede van $500\text{nm} \times 500\text{nm}$ en de opstelling is 2 m lang. Wat zou de minimale fluxdichtheid $I_{\min}$ (aantal elektronen per loodrechte oppervlakte-eenheid per tijdseenheid) moeten zijn, opdat er zich op een willekeurig tijdstip gemiddeld minstens één elektron in de opstelling bevindt?	0.4

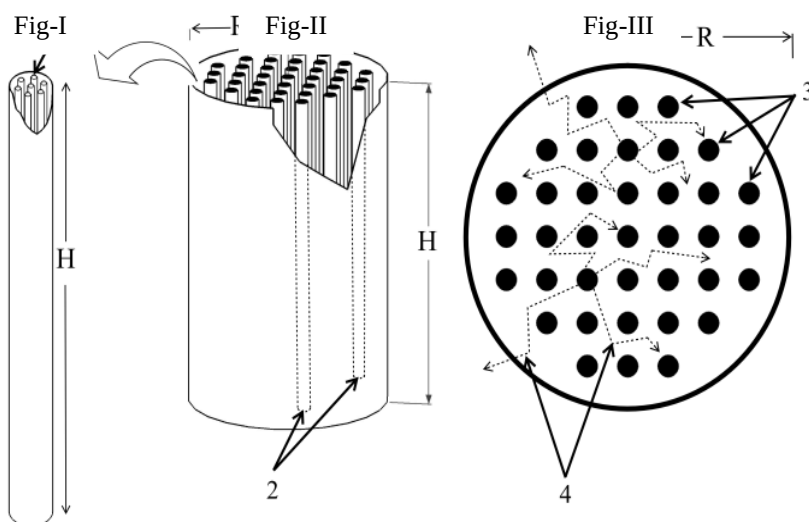
Vraag	Antwoord	Punten
A1	$v_2 =$	0.2
A2	$v_2 =$	0.3
A3	$A(\alpha) =$ $v_1/v_2 =$	1.0
B1		0.5
B2	$dy/dx =$	1.5
B3	$x =$	1.2
B4	$x_0 =$	0.8
C1	$\Delta\varphi =$	0.6
C2	$\Delta\varphi_{CD} =$	1.2

Het ontwerp van een kernreactor

(Totaal: 10 punten)

Uranium komt in de natuur voor als UO_2 . Slechts 0.720% van deze uranium atomen hierin is ^{235}U . Door een neutron kan ^{235}U splijten. Daarbij komen 2-3 splijtingsneutronen vrij met een grote kinetische energie. De kans op een splijting wordt vergroot als het neutron dat de splijting veroorzaakt een kleine kinetische energie heeft. Door de kinetische energie van de splijtingsneutronen te verkleinen, kan een kettingreactie van splijting in andere ^{235}U kernen geïnduceerd worden. Dit vormt de basis van de opwekking van energie in een nucleaire of kernreactor (NR).

Een normale NR bestaat uit een cilindervormige tank met hoogte H en straal R . De tank is gevuld met een materiaal dat 'moderator' wordt genoemd. Cilindervormige buizen, brandstof kanalen genoemd, bevatten elk een aantal brandstof stiften. Deze stiften bestaan uit natuurlijk vast UO_2 en hebben een hoogte H . De cilindervormige buizen staan in een vierkant rooster. De splijtingsneutronen die uit een brandstofkanaal komen, botsen met de moderator en verliezen daarbij energie. De neutronen komen dan met voldoende kleine energie bij de omliggende brandstofkanalen om splijting te kunnen veroorzaken. Zie Fig-I t/m Fig-III. De warmte veroorzaakt door de splijting in de stiften wordt afgegeven aan een koelvloeistof die door de brandstofkanalen in de lengterichting langs de stiften stroomt. In dit vraagstuk bestuderen we de natuurkunde van (A) de brandstof stiften, (B) de moderator en (C) de NR met cilindervormige geometrie.



Schematische weergave van de Nucleaire Reactor (NR)

Fig-I: Vergroot beeld van een brandstof kanaal (1-Brandstof stiften)

Fig-II: Beeld van een NR (2-Brandstof kanalen)

Fig-III: Boven-aanzicht van NR (3-Vierkant rooster van brandstof kanalen en 4-Enkele mogelijke neutronenpaden).

Enkel relevante onderdelen zijn weergegeven. (Regelstaven en koelvloeistof zijn niet weergegeven.)

A Brandstof stift

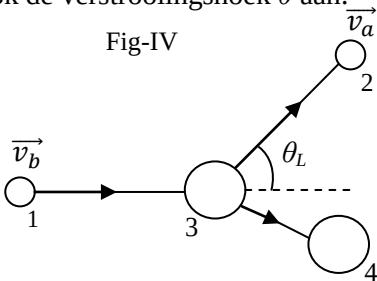
Gegevens voor UO_2	1. Molmassa $M_w = 0.270 \text{ kg mol}^{-1}$	2. Dichtheid $\rho = 1.060 \times 10^4 \text{ kg m}^{-3}$
	3. Smeltpunt $T_m = 3.138 \times 10^3 \text{ K}$	4. Thermische geleidbaarheid $\lambda = 3.280 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$

A1	Beschouw de volgende splijtingsreactie van een stilstaande ^{235}U kern als deze een neutron met verwaarloosbare kinetische energie absorbeert: $^{235}\text{U} + {}^1_0\text{n} \rightarrow {}^{94}\text{Zr} + {}^{140}\text{Ce} + 2 {}^1_0\text{n} + \Delta E$ Bereken ΔE (in MeV), de totale vrijkomende splijtingsenergie. De kernmassa's zijn: $m(^{235}\text{U}) = 235.044 \text{ u}$; $m(^{94}\text{Zr}) = 93.9063 \text{ u}$; $m(^{140}\text{Ce}) = 139.905 \text{ u}$; $m({}^1_0\text{n}) = 1.00867 \text{ u}$ en $1 \text{ u} = 931.502 \text{ MeV c}^{-2}$. Negeer de onbalans in lading.	0.8
A2	Maak een schatting van het aantal ^{235}U atomen per volume eenheid in natuurlijk UO_2 .	0.5
A3	Neem aan dat de neutronenfluxdichtheid $\phi = 2.000 \times 10^{18} \text{ m}^{-2} \text{ s}^{-1}$ op de brandstof homogeen is. De werkzame doorsnede (effectief oppervlak van de te raken kern) voor splijting van een ^{235}U kern is $\sigma_f = 5.400 \times 10^{-26} \text{ m}^2$. Als 80.00% van de splijtingsenergie beschikbaar is als warmte, maak dan een schatting van Q (in W m^{-3}), de warmteproductie in de stift per tijdseenheid en per volume-eenheid. $1 \text{ MeV} = 1.602 \times 10^{-13} \text{ J}$	1.2
A4	Het temperatuurverschil bij evenwicht (steady state) tussen het midden (center) (T_c) en het oppervlak (surface) (T_s) van de stift kan worden geschreven als $T_c - T_s = k F(Q, a, \lambda)$. Hierbij is $k = 1/4$ een dimensieloze constant en a is de straal van de stift. Gebruik dimensie-analyse om $F(Q, a, \lambda)$ te verkrijgen. Opmerking: λ is de thermische geleidbaarheid van UO_2 .	0.5

A5	De gewenste temperatuur van de koelvloeistof is 5.770×10^2 K. Maak een schatting van de bovengrens a_u van de straal a van de stift.	1.0
----	---	-----

B De Moderator

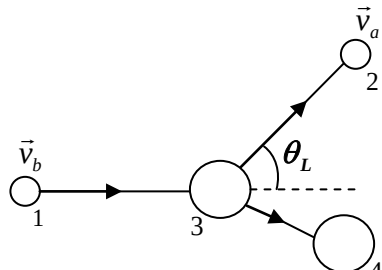
We beschouwen de tweedimensionale elastische botsing van een neutron met een massa van 1 u (u is atomaire massa eenheid) en een moderator atoom met massa A u. Ga er vanuit dat alle moderator atomen in rust zijn in het coördinatenstelsel van het laboratorium (LS). De snelheden $\vec{v}_b$ en $\vec{v}_a$ zijn resp. de snelheden van het neutron voor en na de botsing in het LS. De snelheid $\vec{v}_m$ is de snelheid van het coördinatenstelsel van het massamiddelpunt (MS) ten opzichte van LS en θ is de verstrooiingshoek van het neutron in het MS. Alle deeltjes die bij de botsingen betrokken zijn, bewegen met niet relativistische snelheden.

B1	De botsing in het LS is schematisch weergegeven, hierin is θ_L de verstrooiingshoek in dit stelsel (Fig-IV). Schets de botsing in het MS. Geef de snelheden van de deeltjes voor 1, 2 en 3 aan in termen van $\vec{v}_b$, $\vec{v}_a$ and $\vec{v}_m$. Geef ook de verstrooiingshoek θ aan. Fig-IV  <i>Botsing in het laboratoriumstelsel</i> 1-Neutron voor de botsing 2-Neutron na de botsing 3-Moderator Atoom voor de botsing 4-Moderator Atoom na de botsing	1.0
B2	Leid uitdrukkingen af voor v en V , de snelheden van het neutron en het moderator atoom in het MS na de botsing, in termen van A en v_b .	1.0
B3	Leid een uitdrukking af voor $G(\alpha, \theta) = E_a/E_b$, met E_b en E_a de kinetische energie van het neutron in het LS, respectievelijk voor en na de botsing en met $\alpha \equiv [(A - 1) / (A + 1)]^2$.	1.0
B4	Neem aan dat de uitdrukking uit B3 geldt voor het D ₂ O molecuul als moderatoratoom. Bereken het maximale relatieve energieverlies $f_l \equiv \frac{E_b - E_a}{E_b}$ van het neutron aan de D ₂ O (20 u) moderator.	0.5

C De Kernreactor

Om de NR met een constante neutronenflux ψ te laten werken (steady state), moet het verlies aan neutronen worden gecompenseerd door een extra productie van neutronen in de reactor. Voor een cilindervormige reactor geldt voor de verliesstroom $k_1 [(2.405/R)^2 + (\pi/H)^2] \psi$ en de extra productie wordt gegeven door $k_2 \psi$. De constanten k_1 en k_2 zijn afhankelijk van de materiaaleigenschappen van de NR.

C1	We beschouwen een NR met $k_1 = 1.021 \times 10^{-2}$ m en $k_2 = 8.787 \times 10^{-3}$ m ⁻¹ . Bedenk dat voor een gegeven vast volume de verliesstroom geminimaliseerd moet worden om een efficiënt brandstofverbruik te verkrijgen. Bereken voor welke waarde van R en H de verliesstroom minimaal is.	1.5
C2	De brandstofkanalen staan in een vierkant rooster, zoals in Fig.-III. Ze staan op een afstand 0,286 m van elkaar en de effectieve straal van een brandstof kanaal (alsof het volledig gevuld is) is 3.617×10^{-2} m. Geef een schatting van het aantal brandstofkanalen F_n in de reactor en de massa M van UO ₂ die nodig is om de NR in een 'steady state' te laten werken.	1.0

Vraag	Antwoord	Punten
A1	$\Delta E =$	0.8
A2	$N =$	0.5
A3	$Q =$	1.2
A4	$T_c - T_s =$	0.5
A5	$a_u =$	1.0
B1	coördinatenstelsel laboratorium (LS) coördinatenstelsel massamiddelpunt (MS) 	1.0

B2	$v =$	$V =$	1.0
B3	$G(\alpha, \theta) =$		1.0
B4	$f_l =$		0.5
C1	$R =$	$H =$	1.5
C2	$F_n =$	$M =$	1.0