



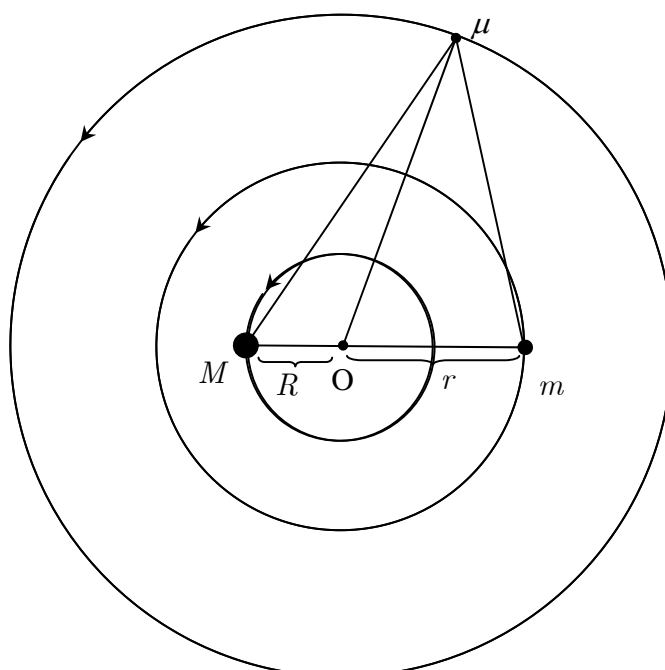
De 42st Internationale Natuurkunde Olympiade
Bangkok, Thailand
Theoretische toets
Dinsdag, 12 Juli 2011

Lees dit eerst:

1. Voor de theorie toets is 5 uur beschikbaar. Er zijn drie opgaven die elk **10 punten** waard zijn.
2. Gebruik uitsluitend de door de organisatie ter beschikking gestelde pen.
3. Gebruik alleen de voorkant van de vellen papier.
4. Gebruik de bijgeleverde **antwoordbladen** voor je antwoorden. Numerieke resultaten moeten met een volgens de gegeven data juiste aantal significante cijfers gegeven worden. **Vergeet niet de eenheden te vermelden.**
5. Er worden ook extra **schrijfbladen** meegeleverd. Schrijf op deze werkbladen alles waarvan je denkt dat nodig is voor de oplossing van het vraagstuk. Gebruik **zo weinig mogelijk tekst als mogelijk** is en gebruik vooral vergelijkingen, figuren, getallen en grafieken
6. Het is noodzakelijk dat je je **Student Code** in het daarvoor bestemde hokje bovenaan elk blad papier dat je gebruikt noteert. Verder moet je op de werkbladen die je gebruikt voor elke vraag het nummer van de opgave (**Problem No.**), het vraagnummer (**Task No.**), het opeenvolgende nummer van elk blad (**Page No.**) en het totale aantal werkbladen dat je hebt gebruikt en die je wilt nagekeken hebben voor elke vraag (**Total No. of Pages.**). Als je werkbladen gebruikt die je niet nagekeken wilt hebben, zet dan een groot kruis over het gehele blad en neem dat blad niet mee in je nummering.
7. Leg aan het einde alle bladen in de juiste volgorde in de mappen.
 - eerst de antwoordbladen
 - daarna de beschreven bladen die nagekeken moeten worden in de goede volgorde.
 - dan de bladen die niet nagekeken hoeven te worden. (Gemerkt met een groot kruis.)
 - ongebruikte werkbladen
 - de opgavenbladen.

Plaats alle papieren van elke vraag in de volgorde van de opgaven en nummering. Stop ze in de bijgeleverde enveloppe en laat alles op je tafel achter. **Je mag geen enkel blad meenemen.**

1. Een drie-lichamen probleem en LISA.



FIGUUR 1 Banen van 3 lichamen in hetzelfde vlak

- 1.1** Twee zware massa's M en m bewegen onder invloed van gravitatie in cirkelbanen met respectievelijke stralen R en r om hun gemeenschappelijk massamiddelpunt O . Bepaal de hoeksnelheid ω_0 van de verbindingslijn tussen M en m als functie van R, r, M, m en de gravitatieconstante G .

[1,5 punten]

In hetzelfde vlak wordt een derde lichaam met verwaarloosbaar kleine massa μ geplaatst, zodanig dat deze niet beweegt ten opzichte van zowel M als m (zie figuur 1).

- 1.2** Neem aan dat de verwaarloosbaar kleine massa niet op één lijn ligt met M en m . Bepaal de waarden van de volgende parameters in termen van R en r :
- 1.2.1 afstand van μ tot M .
 - 1.2.2 afstand van μ tot m .
 - 1.2.3 afstand van μ tot het massamiddelpunt.

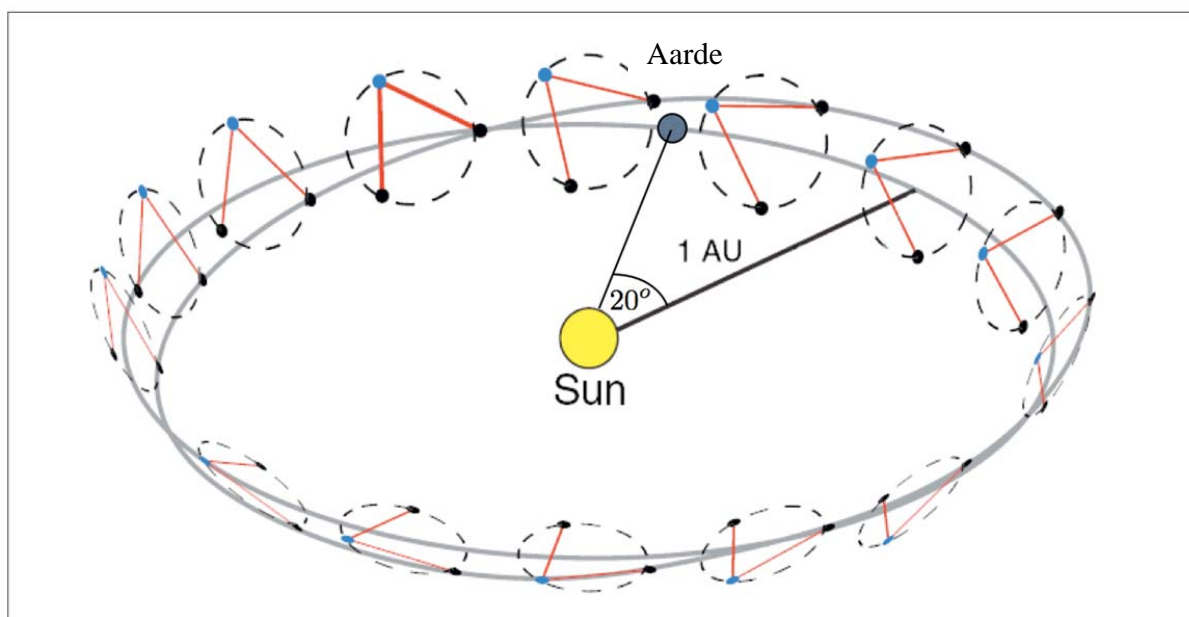
[3,5 punten]

- 1.3** Beschouw de situatie waarbij $M = m$. Aan μ wordt nu een kleine verplaatsing in de radiale richting (langs $O\mu$) gegeven. Bepaal de hoekfrequentie van de trilling (oscillatie) van μ rond de evenwichtspositie in termen van ω_0 . Neem aan dat het impulsmoment van μ behouden is.

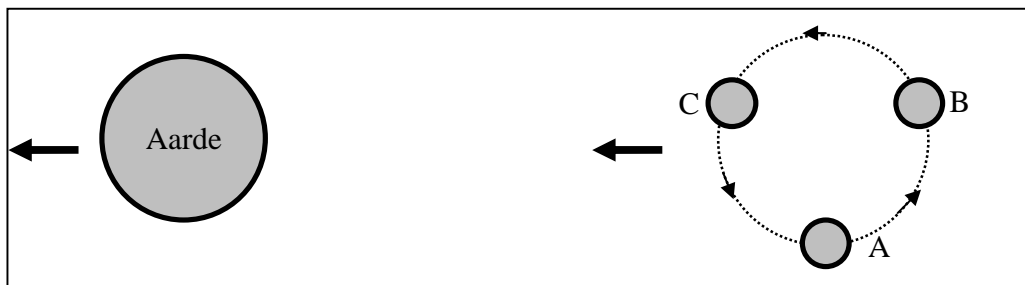
[3,2 punten]

De “Laser Interferometry Space Antenna (LISA)” is een groep van drie identieke ruimtevaartuigen om gravitatiegolven met lage frequentie te detecteren. Elk van de ruimtevaartuigen wordt geplaatst in de hoeken van een gelijkzijdige driehoek, zoals aangegeven in figuur 2 en figuur 3. De zijden zijn ongeveer 5,0 miljoen kilometer lang. De LISA is in een aarde-achtige baan om de zon en volgt de aarde met een hoekverschil van 20° . Elk van de drie ruimtevaartuigen beweegt in een licht gekantelde individuele baan rond de zon. Effectief is het alsof de drie ruimtevaartuigen één omwenteling om hun gemeenschappelijke massamiddelpunt per jaar ronddraaien.

De ruimtevaartuigen wisselen onderling continu lasersignalen uit. Zij detecteren de gravitatiegolven door kleine veranderingen in de armlengten te meten, gebruikmakend van technieken met interferometrie. Een botsing van grote massieve voorwerpen, zoals zwarte gaten, in dichtbij gelegen melkwegstelsels is een voorbeeld van oorzaken van gravitatiegolven.



FIGUUR 2 Illustratie van de LISA baan. De drie ruimtevaartuigen draaien om hun massamiddelpunt met een periode van 1 jaar. Aanvankelijk volgen zij de aarde onder een hoek van 20° . (Foto van D.A. Shaddock, “An Overview of Laser Interferometer Space Antenna”, *Publications of Astronomical Society of Australia*, 2009, 26, pp.128-132.)



FIGUUR 3 Vergroot overzicht van de drie ruimtevaartuigen die de Aarde volgen.
A, B en C zijn de 3 ruimtevaartuigen op de hoeken van een gelijkzijdige driehoek.

- 1.4 Bereken de snelheid van een van de ruimtevaartuigen zoals deze waargenomen wordt door een van de andere in het vlak waarin de 3 ruimtevaartuigen bewegen. **[1,8 punten]**



Student Code -

ANTWOORDENBLAD

1.1 $\omega_0 =$

1.2

1.2.1 De afstand van μ tot M is

1.2.2 De afstand van μ tot m is

1.2.3 De afstand van μ tot het massamiddelpunt is

1.3 De hoekfrequentie van μ is

1.4 De relatieve snelheid van een ruimtevaartuig is

2. Een elektrisch geladen zeepbel.

Een sferische (bolvormige) zeepbel met een interne luchtdichtheid ρ_i , temperatuur T_i en straal R_0 is omgeven door lucht met dichtheid ρ_a , atmosferische druk P_a en temperatuur T_a . De zeepbel heeft een oppervlaktespanning γ , dichtheid ρ_s en dikte t . De massa en oppervlaktespanning van de zeep zijn onafhankelijk van de temperatuur. Veronderstel dat $R_0 \gg t$.

Oppervlaktespanning wordt als volgt omschreven. De energieverandering, dE , nodig om de oppervlakte van één scheidingsvlak tussen zeep en lucht te vergroten met dA , is gegeven door $dE = \gamma dA$ waarbij γ de oppervlaktespanning is van de film.

2.1 Zoek de uitdrukking voor de verhouding $\frac{\rho_i T_i}{\rho_a T_a}$ als functie van de grootheden γ , P_a en R_0 .

[1,7 punten]

2.2 Bereken de numerieke waarde van $\frac{\rho_i T_i}{\rho_a T_a} - 1$ met de volgende gegevens: $\gamma = 0,0250 \text{ Nm}^{-1}$, $R_0 = 1,00 \text{ cm}$, en $P_a = 1,013 \times 10^5 \text{ Nm}^{-2}$.

[0,4 punten]

2.3 Initieel bevat de zeepbel warme lucht. Bereken de minimale waarde voor T_i waarbij de zeepbel zweeft in stilstaande lucht. Gebruik $T_a = 300 \text{ K}$, $\rho_s = 1000 \text{ kgm}^{-3}$, $\rho_a = 1,30 \text{ kgm}^{-3}$, $t = 100 \text{ nm}$ and $g = 9,80 \text{ ms}^{-2}$.

[2,0 punten]

Door het temperatuurverschil zal de zeepbel afkoelen zodat de inwendige temperatuur uiteindelijk gelijk wordt aan de temperatuur van de buitenlucht. We spreken dan van thermisch evenwicht. De zeepbel kan dan niet meer zweven, en zal naar beneden vallen.

2.4 Bereken de minimale snelheid u van een opwaartse wind die ervoor zorgt dat de zeepbel blijft zweven bij dit thermisch evenwicht. Geef je antwoord in termen van ρ_s , R_0 , g , t en de viscositeitscoëfficiënt van lucht η . Veronderstel dat deze snelheid klein is, zodat de wet van Stokes geldig is en verwaarloos de verandering van de straal wanneer de zeepbel afkoelt. De wrijvingskracht wordt gegeven door de wet van Stokes: $F = 6\pi\eta R_0 u$.

[1,6 punten]

2.5 Bereken de numerieke waarde voor u indien $\eta = 1,8 \times 10^{-5} \text{ kgm}^{-1} \text{ s}^{-1}$.

[0,4 punten]

Bovenstaande berekeningen tonen aan dat het effect van de oppervlaktespanning γ zeer klein is. Bij het oplossen van alle onderstaande vragen mag je de oppervlaktespanning daarom verwaarlozen.

- 2.6** De oppervlakte van de zeepbel wordt nu uniform (homogeen) elektrisch geladen met een totale lading q . Bereken de nieuwe straal R_1 van de zeepbel in termen van R_0, P_a, q en de permittiviteit van vacuüm ε_0 . **[2,0 punten]**
- 2.7** Indien de totale lading klein ($\frac{q^2}{\varepsilon_0 R_0^4} \ll P_a$) is, zal de straal slechts weinig toenemen. Geef een uitdrukking voor ΔR waarbij $R_1 = R_0 + \Delta R$.
Maak gebruik van $(1 + x)^n \approx 1 + nx$ als $x \ll 1$. **[0,7 punten]**
- 2.8** Hoe groot moet de totale lading q minimaal zijn opdat de zeepbel blijft zweven in thermisch evenwicht (zonder opwaartse wind). Geef een uitdrukking hiervoor in termen van $t, \rho_a, \rho_s, \varepsilon_0, R_0, P_a$. Bereken vervolgens de numerieke waarde van q . De waarde van de permittiviteit van vacuüm $\varepsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12}$ farad/m. **[1,2 punten]**

Student Code -**ANTWOORDENBLAD**

2.1 $\frac{\rho_i T_i}{\rho_a T_a} =$

2.2 De numerieke waarde van $\frac{\rho_i T_i}{\rho_a T_a} - 1$ is

2.3 De minimale waarde van T_i is

2.4 De minimale snelheid u is

2.5 De minimale waarde van u is

2.6 De uitdrukking voor R_1 is

2.7 ΔR wordt gegeven door

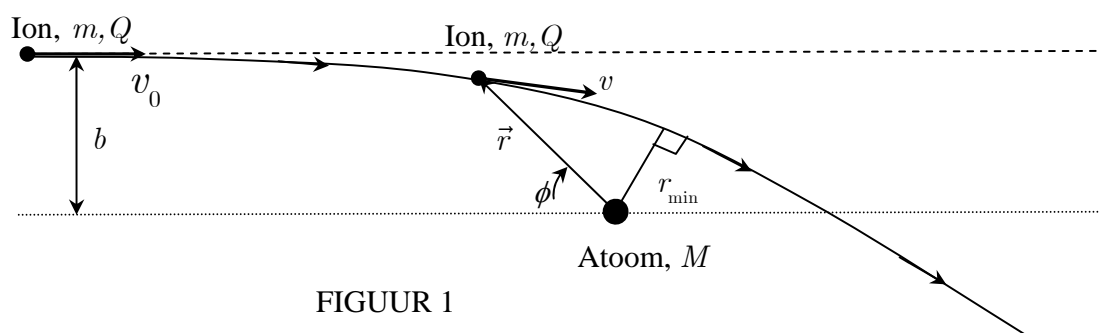
Student Code -



2.8 De uitdrukking voor q is

De numerieke waarde voor q is

3. Ter herdenking van 100 jaar Rutherford's Atoomkern: de verstrooiing van een ion door een neutraal atoom.



FIGUUR 1

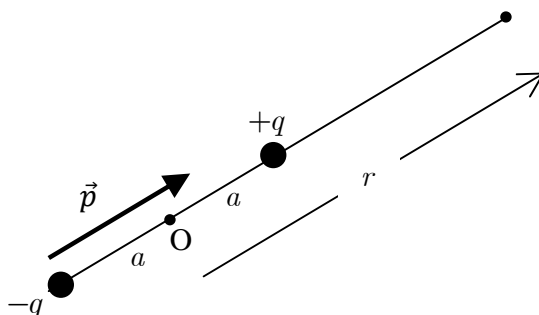
Een ion met massa m en lading Q beweegt met een niet relativistische beginsnelheid v_0 , van een grote afstand richting de nabijheid van een neutraal atoom met massa $M \gg m$ en een elektrische polariseerbaarheid α .

De botsingsparameter is b , zoals in Figuur 1 te zien is.

Het atoom wordt instantaan gepolariseerd door het elektrisch veld (\vec{E}) door het inkomende (naderende) ion. Het resulterende dipoolmoment van het atoom is $\vec{p} = \alpha \vec{E}$. Verwaarloos in dit probleem alle stralingsverliezen.

3.1 Benader de elektrisch veldsterkte \vec{E}_p in de richting van \vec{p} in Figuur 2 op een afstand r van een ideale elektrische dipool \vec{p} in de oorsprong O . [1,2 punten].

$$p = 2aq, r \gg a$$



FIGUUR 2

- 3.2** Leid de uitdrukking af voor de kracht \vec{f} die op het ion werkt ten gevolge van het gepolariseerde atoom. Toon aan dat dit een aantrekkende kracht is ongeacht het teken van de lading van het ion. **[3,0 punten]**
- 3.3** Wat is de elektrische potentiële energie van de ion-atoom interactie? Druk deze energie uit in termen van α , Q en r . **[0,9 punten]**
- 3.4** Leid de uitdrukking af voor r_{\min} de afstand van dichtste nadering in Figuur 1. **[2,4 punten]**
- 3.5** Als de botsingsparameter b kleiner is dan een kritische waarde b_0 , zal het ion langs een spiraalbaan naar het atoom toe bewegen. In die situatie wordt het ion neutraal en het atoom op zijn beurt geladen. Dit proces staat bekend als “lading uitwisseling” interactie. Hoe groot is de dwarsdoorsnedeoppervlakte $A = \pi b_0^2$ van deze “lading uitwisseling” botsing van het atoom zoals deze wordt gezien door het ion? **[2,5 punten]**

Student Code -



ANTWOORDENBLAD

3.1 $\vec{E}_p =$

3.2 $\vec{f} =$

3.3 De potentiële energie is

3.4 $r_{\min} =$

3.5 De dwars doorsnede oppervlakte is
