

DE XXXIII INTERNATIONALE NATUURKUNDE OLYMPIADE

BALI, INDONESIA

THEORIE TOETS

Dinsdag, 23 juli 2002

Lees dit eerst:

1. Voor de theorietoets heb je 5 uur tot je beschikking.
2. Gebruik uitsluitend de door de organisatie beschikbaar gestelde pen.
3. Beschrijf uitsluitend de voorkant van de bladen.
4. Gebruik voor elk onderdeel een nieuw blad.
5. Bij elk vraagstuk is, afgezien van de blanco bladen waar je op mag schrijven, een **antwoordblad** waarop je de resultaten *moet* vermelden.
6. Geef de numerieke resultaten met het, gezien de gegevens, significante aantal cijfers op.
7. Schrijf op de antwoordbladen alles dat van belang is voor de oplossing van het vraagstuk en waarvan je vindt dat dit moet worden beoordeeld. Gebruik echter zoveel mogelijk vergelijkingen, getallen, symbolen, figuren en grafieken en gebruik daarin dezelfde symbolen als in de opgaven. *Gebruik zo weinig mogelijk tekst.*
8. *Het is van het grootste belang* dat je in de hokjes bovenaan elk gebruikt blad je land (**Country**) en je studentnummer (**Student No.**) vermeldt. Tevens vul je in het nummer van het vraagstuk (**Question No.**), het paginanummer (**Page No.**) en het totale aantal bladen dat je gebruikt hebt en beoordeeld wilt hebben (**Total pages**). Het is handig om aan het begin van elk blad het nummer en het onderdeel van het vraagstuk waar je mee bezig bent, te vermelden. Zet, als je bladen als kladpapier gebruikt dat je niet beoordeeld wenst te hebben, een groot kruis en neem het niet op in de nummering van de overige bladen.
9. Leg, als je klaar bent, de bladen per vraagstuk in deze volgorde:
 - Antwoordblad
 - De gebruikte bladen die moeten worden beoordeeld in de juiste volgorde
 - De bladen die **niet** moeten worden beoordeeld
 - De ongebruikte bladen en de opgaven.

Doe de op volgorde gelegde papieren in de enveloppe en laat alles op tafel liggen. Je mag geen enkel papier mee de zaal uit nemen.

Opgave 1. Grondradar

Grondradar (GR) wordt gebruikt om voorwerpen onder de grond te detecteren. Dit gebeurt met behulp van elektromagnetische golven waarvan de door het voorwerp teruggekaatste golven opgevangen worden. De zender en de ontvanger zijn in direct contact met de grond en liggen vlak naast elkaar.

Een vlakke, lineair gepolariseerde elektromagnetische golf met hoekfrequentie ω plant zich voort in de z -richting. Het elektrisch veld wordt weergegeven door de volgende uitdrukking:

$$E = E_0 e^{-a z} \cos(\omega t - \beta z) \quad (1)$$

Waarin E_0 een constante is, a de dempingsfactor is en β het golfgetal is. Er gelden de volgende uitdrukkingen:

$$\mathbf{a} = \omega \left\{ \frac{\mu \epsilon}{2} \left[\left(1 + \frac{s^2}{\epsilon^2 \omega^2} \right)^{1/2} - 1 \right] \right\}^{1/2}, \quad \mathbf{b} = \omega \left\{ \frac{\mu \epsilon}{2} \left[\left(1 + \frac{s^2}{\epsilon^2 \omega^2} \right)^{1/2} + 1 \right] \right\}^{1/2} \quad (2)$$

Daarin zijn μ , ϵ en s resp. de magnetische permeabiliteit, de elektrische permeabiliteit en de elektrische geleidbaarheid.

Het signaal is niet meer detecteerbaar als de amplitude van het radarsignaal, zodra het aankomt bij het te detecteren object, is afgenomen tot minder dan $1/e$ ($\approx 37\%$) van de oorspronkelijke waarde.

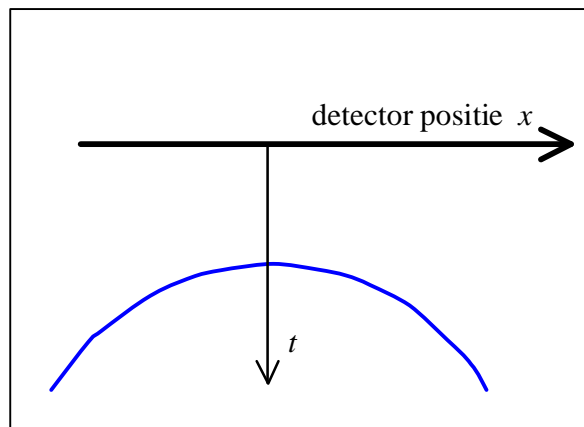
Om het bereik en het oplossend vermogen te kunnen instellen worden elektromagnetische golven gebruikt met een frequentie die te variëren is tussen 10 MHz en 1000 MHz. Het oplossend vermogen bepaalt de prestaties van de GR. Dit oplossend vermogen wordt gegeven door de minimale afstand waarbij twee naast elkaar liggende reflecterende voorwerpen nog net gescheiden worden waargenomen. In dat geval moet het minimale faseverschil bij de detector tussen twee gereflecteerde golven 180° zijn.

Vragen:

Gegeven is: $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ H/m en $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12}$ F/m. Tevens geldt: $\left(\frac{s}{\omega \epsilon} \right)^2 \ll 1$

1. Neem aan dat voor de grond geldt: $\mu = \mu_0$
Leidt een uitdrukking af voor de voortplantingssnelheid v uitgedrukt in μ en ϵ , met gebruikmaking van vergelijking (1) en (2). [1 punt]
2. Bereken de maximale detectiediepte in de grond met $s = 1,0$ mS/m ($S = \text{O}^{-1}$), $\epsilon = 9 \cdot \epsilon_0$ en $\mu = \mu_0$. [2 punten]

3. Beschouw twee metalen staven die in een horizontaal vlak 4 meter diep evenwijdig aan elkaar zijn begraven. Voor de grond geldt: $s = 1,0 \text{ mS/m}$, $\epsilon = 9 \cdot \epsilon_0$. Beschouw de zender als een puntbron. Ga er van uit dat de GR recht boven één van de staven ligt. Bereken de minimale frequentie waarbij de staven nog kunnen juist worden onderscheiden als ze 50 cm van elkaar liggen. [3,5 punten]
4. Om de diepte d van een in de grond begraven staaf te bepalen, beweegt men de GR langs een lijn op het aardoppervlak loodrecht op de richting van de staaf. De totale tijd die het signaal nodig heeft om van de zender, via het object naar de detector te komen, wordt bepaald. De grond heeft dezelfde eigenschappen als in vraag 3. Het resultaat van de meting is weergegeven in onderstaande figuur.



Grafiek van de totale tijd t als functie van de detector positie x . $t_{\min} = 100 \text{ ns}$

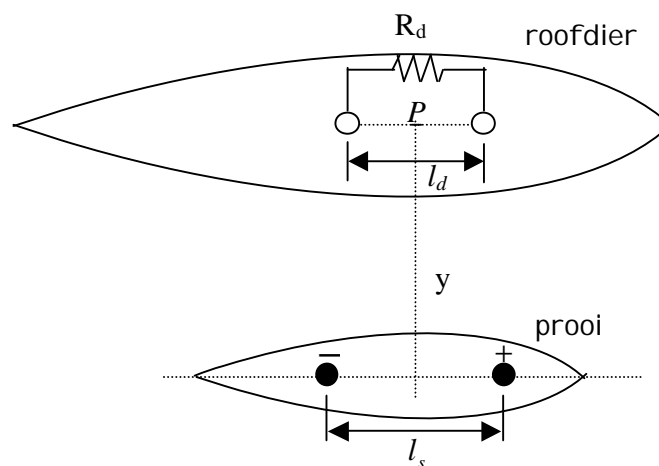
Leidt een uitdrukking af voor t als functie van x en bepaal de waarde van d . [3,5 punten]

Opgave 2. Waarnemen van elektrische signalen

Sommige zeedieren bezitten het vermogen om andere dieren op enige afstand waar te nemen door middel van elektrische stromen die ontstaan bij het ademen of bij het samentrekken van spieren. Er zijn roofdieren die dit elektrisch signaal gebruiken om hun prooi te vinden, zelfs als deze zich in het zand verstopt heeft.

Het fysische mechanisme dat ten grondslag ligt aan het opwekken van stroom door een prooi en de detectie ervan door een roofdier, wordt weergegeven in figuur II-1. De stroom opgewekt door de prooi stroomt tussen twee bolletjes die zich in het lichaam van de prooi bevinden. Deze bolletjes hebben respectievelijk een positieve en een negatieve potentiaal. Beide bolletjes hebben een straal r_s , die veel kleiner is dan de afstand l_s tussen de middelpunten van de bollen.

De soortelijke weerstand van zeewater is ρ . Veronderstel dat de soortelijke weerstand van het lichaam van de prooi gelijk is aan die van het zeewater. Dit houdt in dat de begrenzing van de prooi weggedacht kan worden.



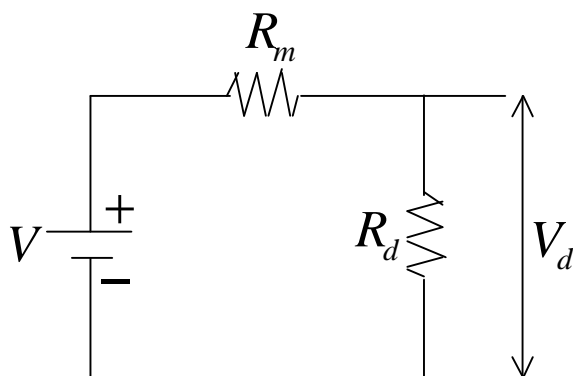
Figuur II-1. Een model dat de detectie door een roofdier van de elektrische energie van een prooi beschrijft.

De detectie van het door de prooi opgewekte elektrische vermogen wordt op een vergelijkbare manier beschreven met een model van twee bolletjes op het roofdierlichaam. Deze twee bolletjes zijn in contact met het omringende zeewater en liggen evenwijdig met de twee bolletjes in het lichaam van de prooi. Beide bolletjes hebben een straal r_d , die veel kleiner is dan de afstand l_d tussen de middelpunten van de bolletjes.

In dit geval is het middelpunt P van de detector gelegen op een afstand y boven de prooi (zie figuur II-1). De verbindingslijn tussen de twee bolletjes van de detector is evenwijdig met het elektrische veld ter plaatse (zie figuur II-1).

Zowel I_s als I_d zijn veel kleiner dan y . De elektrische veldsterkte langs de verbindingslijn tussen de twee bolletjes van de detector mag constant verondersteld worden.

Daardoor vormt de detector een gesloten kring, die de prooi, het omringende zeewater en het roofdier verbinden. De weerstand tussen de bolletjes van de detector op het roofdier is R_d .



Figuur II-2. Het elektrische schema van het gesloten circuit met het roofdier, de prooi en het zeewater.

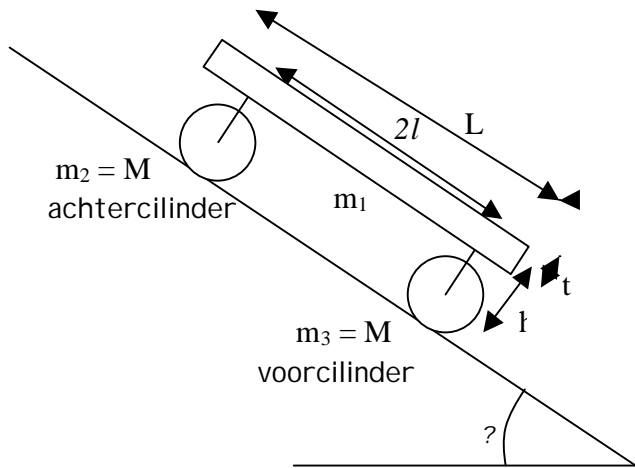
De detector is in feite aangesloten op een batterij die gevormd wordt door de prooi en het zeewater. In de figuur stelt V de bronspanning voor. R_m is de inwendige weerstand als gevolg van het zeewater. Verder zijn V_d en R_d resp. het potentiaalverschil tussen de bolletjes van de detector en de weerstand van het detectie-element in het roofdier.

Vragen:

1. Geef de uitdrukking van de stroomdichtheidsvector \vec{j} (stroomsterkte per oppervlakte eenheid) veroorzaakt door een puntvormige "stroombron" I_s op een afstand r in een oneindig uitgebreid medium. [1,5 punten]
2. Veronderstel dat er een stroom I_s loopt tussen de twee bolletjes in de prooi. Leidt, uitgaande van de wet $\vec{E} = \rho \vec{j}$, een uitdrukking af voor de elektrische veldsterkte \vec{E}_P , in het midden van de verbindingslijn tussen de bolletjes van de detector (punt P). [2 punten]
3. Bepaal voor dezelfde stroom I_s het potentiaalverschil V_s tussen de bolletjes in de prooi. [1,5 punten]
 Bepaal de weerstand R_s tussen deze twee bolletjes [0,5 punten]
 en bepaal het vermogen P_s geleverd door de prooi. [0,5 punten]

4. Bepaal de weerstand R_m (zie figuur 11-2). [0,5 punten]
en de spanning V_d (zie figuur 11-2). [1 punt]
Bereken tevens het vermogen P_d dat van de prooi naar de detector van het roofdier
getransporteerd wordt. [0,5 punten]
5. Bereken de waarde van R_d waarvoor het gedetecteerde vermogen maximaal is. [1,5 punten]
Bereken eveneens het maximale vermogen. [0,5 punten]

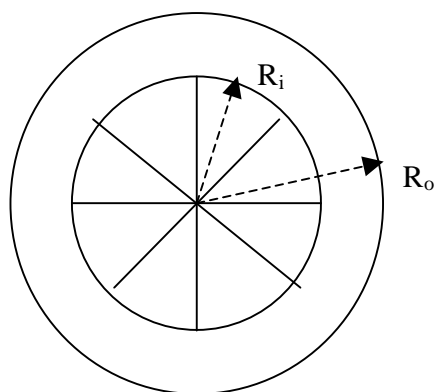
Opgave 3. Een zwaar voertuig dat langs een helling naar beneden beweegt.



Figuur III -1 Een vereenvoudigd model van een zwaar voertuig dat langs een helling beweegt.

Bovenstaande figuur geeft een vereenvoudigd model weer van een zwaar voertuig met in plaats van wielen een cilinder aan de voorkant en een cilinder aan de achterkant. De helling maakt een hoek θ met de horizontaal (zie figuur III -1).

Elke cilinder is hol en voorzien van spaken. De cilinders hebben een buitenstraal R_0 en een binnenstraal $R_i = 0,8R_0$ (zie figuur III -2). Elke cilinder heeft inclusief spaken een totale massa M ($m_2 = m_3 = M$). De massa van de spaken per cilinder is $0,2M$.



Figuur III -2: een vereenvoudigd model van de cilinders.

Het voertuig beweegt naar beneden onder invloed van de zwaartekracht, normaalkrachten en wrijvingskrachten. De massa van het onderstel (de bevestiging van de wielen aan de romp) is te verwaarlozen. De voorste en de achterste cilinder zijn ten opzichte van de romp symmetrisch bevestigd.

De statische en de dynamische wrijvingscoëfficiënten van de wrijving tussen de cilinders en de weg zijn resp. μ_s en μ_k .

De romp van het voertuig heeft een massa $m_1 = 5M$, een lengte L en een dikte t . De afstand tussen de voor- en achtercilinder is $2l$. De afstand tussen het midden van de romp en de as van de cilinders is h (zie figuur III-1).

Verwaarloos de wrijving in de assen.

1. Bereken het (massa)traagheidsmoment van een cilinder ten opzichte van de as.
[1,5 punten]
2. Teken alle krachten die op de romp, op de voor- en op de achtercilinder werken. Schrijf voor elk van deze drie onderdelen van het voertuig de krachten- en momentenvergelijkingen op.
[2,5 punten]
3. Het voertuig start vanuit rust en beweegt daarna vrij onder invloed van de zwaartekracht. Beschrijf alle mogelijke manieren waarop het voertuig naar beneden kan bewegen. Leidt voor elk geval de versnelling van het voertuig af, uitgedrukt in de gegeven grootheden.
[4 punten]
4. Veronderstel dat het voertuig vanuit rust, na een afstand d puur rollend te hebben afgelegd, op een deel van de helling terecht komt waar de wrijvingscoëfficiënten μ_s en μ_k (veel) kleinere waarden μ'_s en μ'_k hebben, zodat beide cilinders gaan slippen. Bereken de lineaire snelheid en de hoeksnelheid van elke cilinder nadat ze een afstand s hebben afgelegd. Veronderstel dat d en s veel groter zijn dan de afmetingen van het voertuig.
[2 punten]