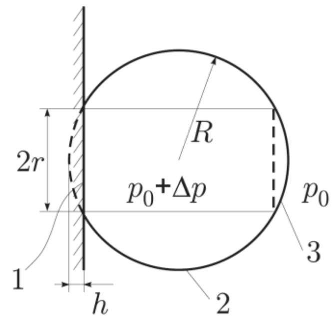
1. Volleybal 6pt



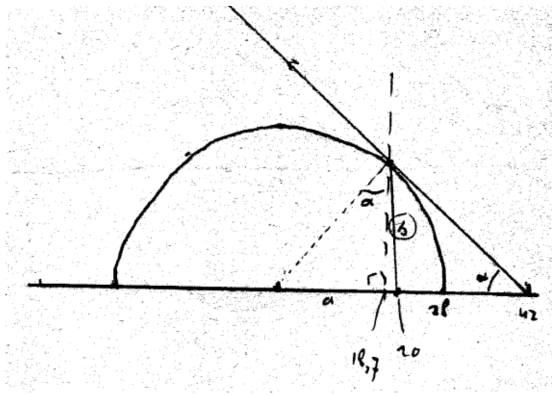
a. (1) $F = \Delta pS$, met $S = \pi r^2$ het oppervlak van de bal op de plaat. Er geldt $r^2 = (2R - h)h$, zodat $F = \Delta p\pi h(2R - h) \approx 120$ N.

b. (2) Tijdens de botsing is de vervorming als in de tekening. De bol blijft bol, voor zover niet tegen de muur, want de bal is niet rekbaar. Voor de kracht van de muur geldt $F = \Delta p\pi h(2R - h) \approx 2\Delta p\pi Rh$ (want $h \ll R$, dus h^2 te verwaarlozen). De kracht is dus evenredig met h. De bal gedraagt zich als een veer met constante $k = 2\Delta p\pi R$, ofwel je kunt noteren met de WvBvE dat $mv^2 = 2\Delta p\pi Rh^2$, wat oplevert dat: $h = v\sqrt{m/2\Delta p\pi R} \approx 11$ mm.

c. (1) Gegeven de veer-gelijkheid, geldt voor indeuken een halve trillingstijd, dus $\tau = \pi\sqrt{{}^{m}/_{k}} = \pi\sqrt{\frac{m}{2\Delta p\pi R}} = \sqrt{\pi m/2\Delta pR} \approx 18$ ms.

d. (2) Ga uit van het referentiesysteem van de bal. Op het oppervlakte element dS wordt een kracht uitgeoefend door de traagheid: $dF_i = amdS/4\pi R^2$, met $a = \Delta p\pi h(2R - h)/m$, en dus: $dF_i = \Delta ph(2R - h)dS/4R^2$. Om de bolvorm te behouden, moet de kracht van de overdruk $dF_e = \Delta pdS$ groter zijn. Hieruit volgt als conditie: $h(2R - h) < 4R^2$. Dit geldt altijd, dus er is geen aparte voorwaarde nodig.

2. Cilinderlens 5pt



a. Het as van de cilinder is waar een streep en zijn beeld samenvallen. De voorkant van de lens ligt 28 strepen verder, de lens heeft dus een straal van 28 strepen.
Kijk naar de lichtstraal s die bijna totaal intern reflecteert in de lens. Die geeft de streep nr 20 (preciezer 20,2) vanaf het midden weer. De straal ligt even ver als streep 42 op het papier.
De straal arriveert dan in de camera met een hoek $\alpha = \sin^{-1}({}^{28}/_{42}) = 41{,}8°$ ten opzichte van het papier.
De afstand a van de as tot de streep waarboven de lichtstraal de lens verlaat vind je door $a = 28\sin\alpha = 28 \cdot \frac{28}{42} = 18{,}7$.
Daarom vormt de straal s een hoek van $\beta = \sin^{-1}{}^{(20{,}2 - 18{,}7)}/_{28\cos\alpha} \approx 4{,}1°$ met de lijn loodrecht op het papier. De straal s valt dus in met een hoek $\alpha + \beta \approx 45{,}9°$ en daarmee is n te berekenen: $n = \frac{\sin r}{\sin i} = \frac{\sin 90}{\sin 45{,}9} \approx 1{,}39$

3. Zon en bladeren 4pt

a. (1) De warmtestroom door de zon die het blad ingaat is $P = A \cdot I \cdot \eta = 40 \cdot 10^{-4} \cdot 1000 \cdot 0{,}85 = 3{,}4$ W.
$\Delta T' = \frac{P}{mc} = \frac{3{,}4}{0{,}45 \cdot 10^{-3} \cdot 800 \cdot 4{,}2} = 2{,}3$ °C/s.

b. (2) Instroom=uitstroom. Bladoppervlak is tweemaal!
$P = A \cdot I \cdot \eta = 2A \cdot \eta \cdot \sigma \cdot (T^4 - T_0^4)$ met σ = constante van Wien $= 5{,}67 \cdot 10^{-8} \frac{\mathrm{W}}{m^2\mathrm{K}}$.
dus $T = \sqrt[4]{(\frac{I}{2 \cdot \sigma} + T_0^4} = 356\mathrm{K} = 84$ °C.

c. (1) Er gaat ook warmte verloren door stroming van lucht,. Geleiding en door verdamping.

4. ***Aardmagnetisch veld 5pt***

Ontleed het magnetisch veld van de aarde in haar horizontale en verticale component. De verticale component veroorzaakt geen inductie omdat de flux door de ring steeds nul is. Noem de horizontale component *B* en de hoeksnelheid van de ring ω.De magnetische flux die de ring ondervindt is dan $\Phi = \pi r^2 B \cos \omega t$

En voor de inductiespanning geldt dan

$V = -\frac{d\Phi}{dt} = \pi r^2 B\omega \sin \omega t$ en voor de stroom $I = \frac{V}{R} = \frac{\pi r^2 B\omega}{R} \sin \omega t$.

Deze stroom veroorzaakt in de ring een geïnduceerd magnetisch veld in het centrum van de ring met sterkte: $B_I = \mu_0 \frac{I}{2r} = \mu_0 \frac{\pi r B\omega}{2R} \sin \omega t$

De richting van B_I staat loodrecht op de ring en draait met de ring mee. Ontleed de vector in een component parallel aan *B* en een component er loodrecht op.

De parallelle component is evenredig met $\cos \omega t \cdot \sin \omega t = \frac{1}{2} \sin 2\omega t$ wat gemiddeld nul is.

De loodrechte component ken geschreven worden als:

$B_\perp = \mu_0 \frac{\pi r B\omega}{2R} \sin \omega t \cdot \sin \omega t = \mu_0 \frac{\pi r B\omega}{4R} \left(1 - \cos 2\omega t\right)$. Deze component bestaat uit een term die gemiddeld nul is en een term die de afwijking van 2˚ veroorzaakt. We kunnen dus stellen dat $\tan \alpha = \frac{B_\perp}{B} = \mu_0 \frac{\pi r \omega}{4R}$. Hieruit volgt dat voor een hoek van 2˚ voor de weerstand moet gelden

R=1,78·10⁻⁴ Ω.

5. ***Passieve luchtkoeling 6pt***

a. (1) Met $\gamma = {}^{c_p}/_{c_v}$ en $c_p = c_v + R$ krijg je $c_p = \frac{\gamma}{\gamma-1} R$

b. (1) Met de ideale gaswet $p_0 = nRT = \frac{\rho}{\mu} RT$ kun je schrijven $T = \frac{p_0 \mu}{\rho R}$. De druk moet constant blijven anders krijg je een versnelling.

c. (2) Een verschillende dichtheid binnen en buiten de pijp geeft een klein drukverschil tussen de uiteinden $\Delta p = -\Delta \rho g L$. Dit drukverschil zorgt voor de versnelling tot de snelheid v van de luchtstroom. Behoud van moment in een klein tijdsinterval τ geeft: $S \Delta p \tau = \rho (S v \tau) v$, dus $(\rho_0 - \rho) g L = \rho v^2$.

met de dichtheid van de koude lucht: $\rho_0 = {}^{p_0 \mu}/_{R T_0}$ krijg je dan $(\frac{p_0 \mu}{R T_0} - \rho) g L = \rho v^2$.

d. (1Warmtestroom $P = \frac{\gamma}{\gamma - 1} R (T - T_0) S v p / \mu$.

e. (2) Met b. krijgen we $\frac{\Delta \rho}{\rho} = -\frac{\Delta T}{T}$ en met c: $\frac{\Delta \rho}{\rho} = -\frac{v^2}{gL}$

Als we dit in resultaat van d. stoppen geeft dat: $P = \frac{\gamma}{\gamma - 1} R \frac{v^3}{gL} T S p / \mu$

Met de gaswet kun je dit schrijven als $v^3 = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{gL}{S} \frac{P}{p_0}$.

dus $T = T_0 \left(1 + \frac{\left(\frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{gL}{S} \frac{P}{p_0} \right)^{2/3}}{gL} \right) \approx 322\text{K}.$

6. Blokken en veren 4pt

a. (1) De maximale wrijvingskracht zonder slippen is $m_b a_{max} = \mu m_t g$.

Zonder slippen geldt dan $\omega = \sqrt{\frac{k}{m_t + m_b}}$

verder $a_{max} \geq A\omega^2$, zodat $S_c = \mu g \frac{m_t}{k}\left(1 + \frac{m_t}{m_b}\right)$

b. (1) De energie van de trilling is ongeveer gelijk aan $E = \frac{1}{2}kS^2$. Voor de afgeleide geldt dan $\Delta E = kS \cdot \Delta S$. Die energie raak je met wrijving kwijt. Als $S \gg S_c$ heeft het blok T bijna een halve trilling gehad voordat blok B dezelfde snelheid heeft. De energie die kwijt is geraakt in die halve trilling is dan ongeveer $\frac{1}{2}\Delta E = 2Sf = 2S\mu m_t g$ met f de wrijvingskracht.

De twee gecombineerd levert op: $4\mu m_t g = k\Delta S$ ofwel $\Delta S = 4\frac{\mu m_t g}{k} = 4\frac{\mu g}{\omega_t^2}$.

c. (2) Blok B versnelt met $a = \mu g \frac{m_t}{m_b}$.

Blok T trilt alsof hij vrij is omdat blok B een constante kracht uitoefent. $\omega_t = \sqrt{k/m_t}$.

Een halve trillingstijd is dan $t = \pi\sqrt{m_t/k}$ en de maximale snelheid

$v_b = at = \mu g \frac{m_t}{m_b}\pi\sqrt{m_t/k}$. Daarna is de wrijving de andere kant op en neemt de snelheid van blok B weer af.

Tweede toets!

7. Draaiende platform 4pt

a. (2) Omdat de persoon radiaal loopt, wordt er geen moment uitgeoefend op man met platform en het hoekmoment blijft dus behouden. De persoon heeft in het midden geen bijdrage aan het traagheidmoment van het systeem.

$L_v = L_n \rightarrow I_d\omega_0 = \left(I_d + I_p\right)\omega_1$

$\omega_1 = \frac{I_d}{I_d+mR^2}\omega_0 = \frac{920}{920+75\cdot 3^2}2 = 1{,}154 = 1{,}2$ rad/s.

b. (2) $E_0 = \frac{1}{2}I_d\omega_0^2 = 1{,}8\cdot 10^3$ J

$E_1 = \frac{1}{2}\left(I_d + I_p\right)\omega_1^2 = \frac{1}{2}(902 + 75\cdot 3^2)1{,}154^2 = 1{,}1\cdot 10^3$ J.

8. GPS 3pt

$$\Delta t = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\Delta t_0 = \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{4\cdot 10^3}{3\cdot 10^8}\right)^2}}\Delta t_0 = (1 - 1{,}8\cdot 10^{-10})^{-1/2}\Delta t_0$$

Via taylorreeks kun je noteren:

$$\Delta t = \left(1 + \frac{1}{2}(1{,}8\cdot 10^{-10})\right)\Delta t_0 = (1 + 9\cdot 10^{-11})\Delta t_0$$

Het relatieve tijdsverschil wordt dan: $\frac{\Delta t-\Delta t_0}{\Delta t_0} = 1 + 9\cdot 10^{-11} - 1 = 9\cdot 10^{-11} \approx 1\cdot 10^{-10}$

Wat een factor 1000 groter is dan de dan de precisie van de atoomklokken. De correctie is dus noodzakelijk voor een goede positiebepaling.

9. Schieten 6pt

a. (1) Omdat het balletje verticaal t.o.v. het blok omhoog geschoten wordt, zullen het balletje en het blok dezelfde horizontale snelheid hebben. Als het balletje dus weer naar beneden gaat zal het blokje dezelfde horizontale afstand hebben afgelegd.

b. (2) Het balletje zal bij het omhoog verlaten van het blok dezelfde horizontale snelheid hebben als het blok. Stel dat het balletje en het blok met een horizontale snelheid v_1 bewegen. Met impulsbehoud in de horizontale richting volgt:

$mv_{in} = (m + M)v_1$ Oftewel: $v_1 = \frac{m}{m+M}v_{in}$

Stel dat het balletje heeft een verticale snelheid v_2 heeft. Omdat er geen wrijvingsverliezen zijn, kan een energiebehoud worden opgesteld. Initieel heeft alleen het balletje kinetische energie:

$$E_{in} = \frac{1}{2}mv_{in}^2$$

Als het balletje de lucht ingeschoten is, heeft het blok een kinetische energie:

$$E_1 = \frac{1}{2}Mv_1^2$$

Voor het omhoog geschoten balletje bestaat de kinetische energie uit twee componenten:

$$E_2 = \frac{1}{2}m(v_1^2 + v_2^2)$$

Wegens energiebehoud moet deze energie moet dus gelijk zijn aan:

$$E_2 = E_{in} - E_1$$

Oftewel: $mv_{in}^2 - Mv_1^2 = m(v_1^2 + v_2^2)$

$mv_{in}^2 - (M + m)\left(\frac{m}{m+M}\right)v_{in}^2 = mv_2^2 \rightarrow \left(1 - \frac{m}{m+M}\right)v_{in}^2 = v_2^2 \rightarrow \sqrt{\frac{M}{m+M}}v_{in} = v_2$

c. (1) De tijd in de lucht is dus: $t_2 = 2\,v_2/g$

De horizontale afstand die door het blok en het balletje is afgelegd is:

$$x = v_1 t_2 = 2v_1\,v_2/g$$

Invullen van eerder gevonden uitdrukkingen:

$$x = 2\frac{m}{m+M}v_{in}\sqrt{\frac{M}{m+M}}v_{in}\frac{1}{g} = \frac{2v_{in}^2}{g}\sqrt{\frac{m^2M}{(m+M)^3}}$$

Als het balletje weer in het blok valt, zal het met een snelheid v_{uit} het blok verlaten. Omdat er geen energieverliezen zijn, komt deze situatie overeen met een elastische botsing van massa m en massa M.

Impuls- en energiebehoud opschrijven:

$mv_{in} = mv_{uit} + Mv_M$ en $\frac{1}{2}mv_{in}^2 = \frac{1}{2}mv_{uit}^2 + \frac{1}{2}Mv_M^2$

De vergelijking van de impuls twee maal invullen in de energievergelijking:

$$mv_{in}^2 = mv_{uit}^2 + M(mv_{in} - mv_{uit})\frac{mv_{in} - mv_{uit}}{M}$$

Dit levert op:

$$v_{in}^2 - v_{uit}^2 = \frac{m}{M}(v_{in} - v_{uit})^2$$

$$v_{in} + v_{uit} = \frac{m}{M}(v_{in} - v_{uit})$$

$$v_{uit} + \frac{m}{M}v_{uit} = \frac{m}{M}v_{in} - v_{in}$$

$$v_{uit}\left(1 + \frac{m}{M}\right) = v_{in}\left(\frac{m}{M} - 1\right)$$

$$v_{uit} = \frac{m-M}{m+M}v_{in}$$

d. (2) De tijd t_3 voor het balletje om de afstand x af te leggen terug naar punt A wordt gegeven door:

$$t_3 = \frac{x}{|v_{uit}|}$$

Invullen:

$$t_3 = \frac{x}{|v_{uit}|} = \frac{2v_{in}}{g}\sqrt{\frac{m^2M}{(m+M)^3}}\frac{m+M}{M-m} = \frac{2v_{in}}{g}\sqrt{\frac{m^2M}{(M+m)(M-m)^2}}$$

De totale tijd is de som van t_2 en t_3:

$$t_2 + t_3 = \frac{x}{|v_{uit}|} = \frac{2v_{in}}{g}\left(\sqrt{\frac{M}{m+M}} + \sqrt{\frac{m^2M}{(M+m)(M-m)^2}}\right)$$

$$= \frac{2v_{in}}{g}\sqrt{\frac{M}{m+M}}\left(1 + \sqrt{\frac{m^2}{(M-m)^2}}\right) = \frac{2v_{in}}{g}\sqrt{\frac{M}{m+M}}\left(\frac{M}{M-m}\right)$$

10. Magneten 4pt

Op de hangende magneet werken drie krachten, de zwaartekracht $\vec{F_z} = m\vec{g}$, De spangkracht van de draad $\vec{T}$ en de horizontale magneetkracht $\vec{F_m}$.

Door de kleine hoek, is de horizontale kracht van de spankracht te schrijven als: $-\left(\frac{x}{l}\right)mg$ en de netto horizontale kracht wordt dan $F = F_m - \left(\frac{x}{l}\right)mg$. In evenwicht geldt $F = 0$. Het evenwicht is stabiel al een kleine verplaatsing Δx zorgt voor een terugdrijvende kracht $\Delta F = \Delta F_m - \frac{\Delta x}{l}mg$ naar de evenwichtsstand.

Neem $F_m = kd^{-n}$ met k een constante. Dan kun je noteren:

$\Delta F_m = F_m'(d)\Delta d = \frac{kn}{d^{n+1}}\Delta x$, want $\Delta d = -\Delta x$.

Dus $\Delta F = \left(\frac{kn}{d^{n+1}} - \frac{mg}{l}\right)\Delta x$

Voor de limiet voor stabiliteit geldt $\Delta F = 0$. We hebben dus twee vergelijkingen voor die situatie:

$\frac{kn}{d^{n+1}} - \frac{mg}{l} = 0$ en $\frac{kn}{d^n} - \frac{xmg}{l} = 0$ ofwel $\frac{kn}{d^{n+1}} = \frac{mg}{l}$ en $\frac{kn}{d^n} = \frac{xmg}{l}$

Hieruit volgt: $\frac{d}{n} = x \rightarrow n = \frac{d}{x} = 4$.

11. Ruimtesurfen 3pt

De energie van een foton wordt gegeven door:

$$E = hf = \frac{hc}{\lambda} = pc$$

Het aantal fotonen dat per seconde het treft is:

$$\frac{N}{\Delta t} = \frac{IA}{E} = \frac{IA}{pc}$$

Omdat de fotonen reflecteren zal de impulsverandering van een foton $\Delta p = 2p$ zijn.
De stoot wordt gegeven door:

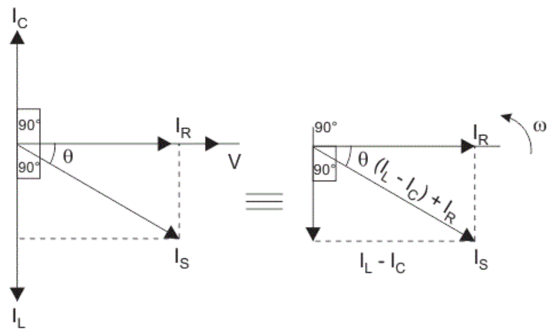
$$F\Delta t = N\Delta p$$

Zodat voor de stuwkracht geldt:

$$F = \frac{N}{\Delta t}\Delta p = \left(\frac{IA}{pc}\right)(2p) = \frac{2IA}{c} = 7\text{ N}$$

12. **Een R, L en C parallel aan een wisselspanning 5pt**

a. (2) Aangezien de componenten parallel aan de bron staan, zijn de spanningen over de componenten in fase. De stroomsterkte van de condensator loopt voor in fase, die van de spoel loopt achter en de weerstand loopt gelijk. Door een fasediagram te tekenen kun je de grootte van de fasehoek aangeven en de grootte van de totale stroomsterkte bepalen.



b. (2) Daarna weet je dat $I = \sqrt{(I_R^2 + (I_L - I_C)^2)}$.
Voor elke component geldt $I = U/Z$ dus $\frac{U}{Z} = \sqrt{\left(\frac{U^2}{R^2} + \left(\frac{U}{\frac{1}{\omega C}} - \frac{U}{\omega L}\right)^2\right)} \rightarrow Z = \left(\sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2}\right)^{-1}$

c. (1) Bij resonantie geldt dat de stroomsterktes van L en C gelijk moeten zijn. De impedanties dus ook.
Dan geldt: $Z = \frac{1}{R}$ en dat is een maximum. De stroomsterkte door de schakeling is dan minimaal.

13. Olievlek 5pt

Zowel de reflectie van lucht naar olie als van olie naar glas zijn van lage index naar hogere index, in beide gevallen is er dus een fasesprong van 0,5 (dus geen rekening mee nodig)
De interferentie komt van het optisch weglengteverschil $\Delta s = 2nd(r)$.

a. (3) Constructieve interferentie treedt op als $\Delta s = 2nd_0 = m\lambda$.
$m = \frac{2nd_0}{\lambda} = \frac{2\cdot 1{,}47\cdot 2\cdot 10^{-6}}{589{,}3\cdot 10^{-9}} = 9{,}97$. De buitenste ring ($m = 0$) is helder (geen faseverschil), dus 10 ringen zichtbaar. Middenvlek is ook helder.

b. (2) Destructieve interferentie treedt op als $\Delta s = (m' + 1/2)\lambda$.
De grootste ring heeft $m' = 1$.

$$2nd_0\left(1 - r^2/r_0^2\right) = \frac{\lambda}{2} \rightarrow r^2 = \frac{2r_0^2}{2nd_0}(2nd_0 - \lambda/2)$$

Invullen levert op: $r = 0{,}0975\text{ m}$.