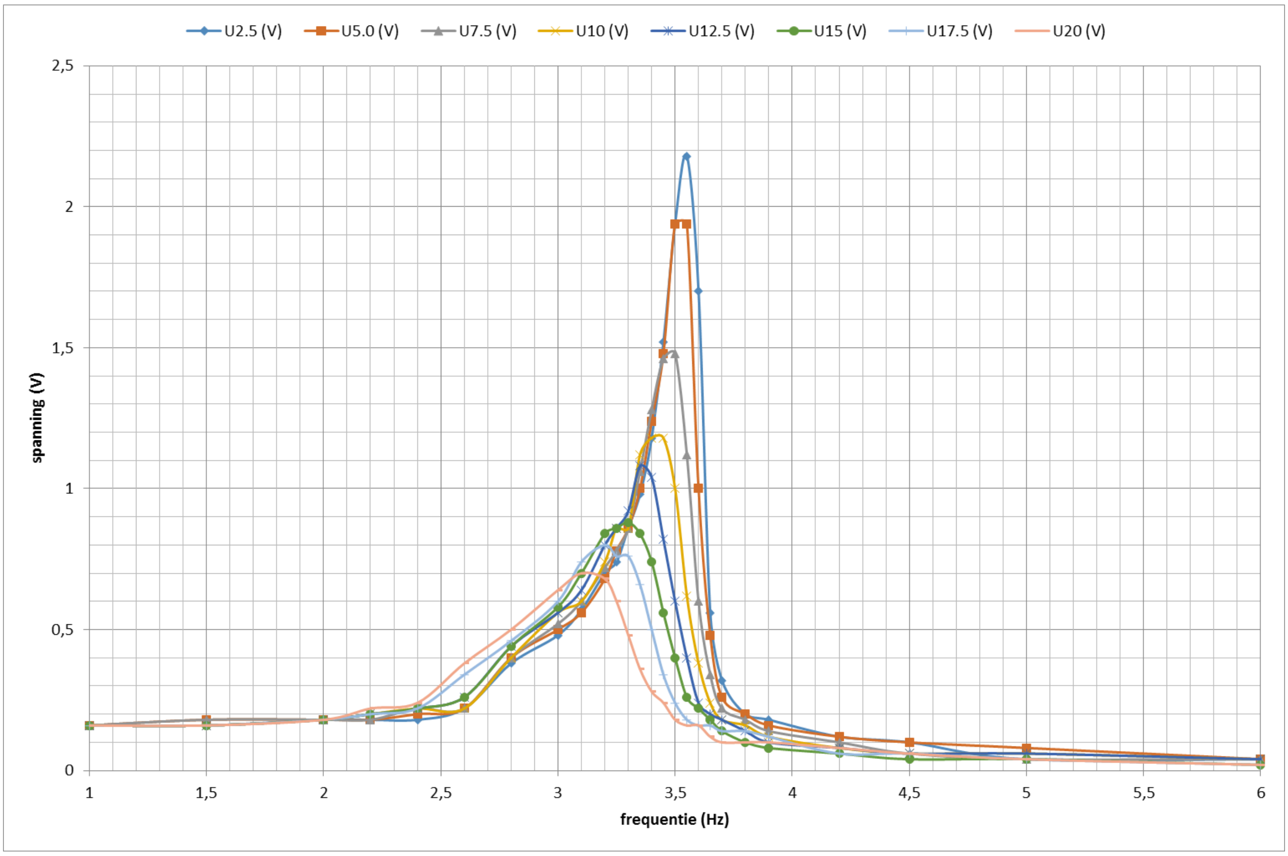
NATUURKUNDE OLYMPIADE 2016

uitwerking proef A

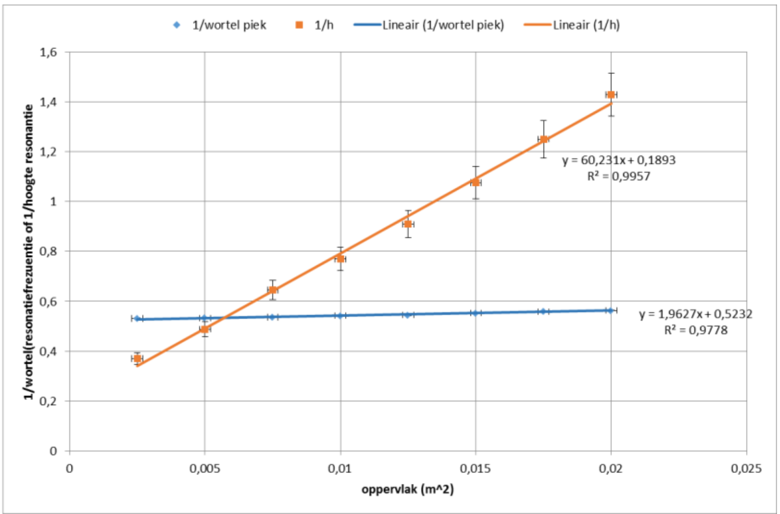
	A=2,5 cm breed	A=5 cm breed	A=7,5 cm breed	A=10 cm breed	A=12,5 cm breed	A=15 cm breed	A=17,5 cm breed	A=20 cm breed
f (Hz)	U2.5 (V)	U5.0 (V)	U7.5 (V)	U10 (V)	U12.5 (V)	U15 (V)	U17.5 (V)	U20 (V)
1	0,16	0,16	0,16	0,16	0,16	0,16	0,16	0,16
1,5	0,16	0,18	0,18	0,16	0,16	0,16	0,16	0,16
2	0,18	0,18	0,18	0,18	0,18	0,18	0,18	0,18
2,2	0,18	0,18	0,18	0,2	0,2	0,2	0,2	0,22
2,4	0,18	0,2	0,22	0,22	0,22	0,22	0,22	0,24
2,6	0,22	0,22	0,22	0,22	0,26	0,26	0,34	0,38
2,8	0,38	0,4	0,4	0,4	0,44	0,44	0,46	0,5
3	0,48	0,5	0,52	0,56	0,56	0,58	0,6	0,64
3,1	0,57	0,56	0,6	0,6	0,64	0,7	0,74	**0,7**
3,2	0,7	0,68	0,72	0,74	0,8	0,84	0,8	0,68
3,25	0,74	0,78	0,78	0,86	0,86	0,86	**0,76**	0,6
3,3	0,86	0,86	0,86	0,86	0,92	**0,88**	**0,76**	0,48
3,35	0,98	1	1,06	1,12	**1,08**	0,84	0,66	0,36
3,4	1,18	1,24	1,28	**1,18**	1,04	0,74	0,5	0,28
3,45	1,52	1,48	1,46	**1,18**	0,82	0,56	0,34	0,24
3,5	1,94	**1,94**	**1,48**	1	0,6	0,4	0,24	0,18
3,55	**2,18**	**1,94**	1,12	0,62	0,4	0,26	0,18	0,16
3,6	1,7	1	0,6	0,38	0,24	0,22	0,16	0,16
3,65	0,56	0,48	0,34	0,24	0,2	0,18	0,16	0,12
3,7	0,32	0,26	0,22	0,18	0,18	0,14	0,14	0,1
3,8	0,2	0,2	0,18	0,16	0,14	0,1	0,14	0,1
3,9	0,18	0,16	0,14	0,12	0,1	0,08	0,12	0,1
4,2	0,12	0,12	0,1	0,08	0,08	0,06	0,06	0,08
4,5	0,1	0,1	0,06	0,06	0,06	0,04	0,06	0,06
5	0,04	0,08	0,04	0,06	0,06	0,04	0,04	0,04
6	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,02	0,02	0,02

Deelnemers moeten de eerste twee kolommen ook hebben, waarbij het van belang is dat er voldoende rond het maximum is gemeten.
Uitgaande van gelijke omstandigheden zou de resonantiefrequentie op 3,58 Hz moeten zitten.

Gewicht ijzerzaagje 17,8 g +- 0.1 g
Gewicht magneetje: 0.9 g +- 0.1 g op 20 cm van bovenkant gebruikt.
Massa klipje is 2.7 g, op 30 van bovenkant gebruikt



De relatie tussen wrijvingsoppervlak A en resonantie amplitude h en tussen wrijvingsopppervlak A en resonantiefrequentie ω_r ziet er als volgt uit:



Waaruit blijkt dat geldt:

$$\frac{1}{h} = 58A + 0{,}2 = 58(A + 0{,}0034)\,.$$

Voor de resonantiefrequentie geldt dan:

$$\frac{1}{\sqrt{\omega_r}} = 2A + 0{,}52.$$

Antwoorden

1. (4)Frequentie wordt $\omega_n = 3{,}55$ Hz. Onzekerheid = 0,03 Hz, afhankelijk van het aantal metingen rond het maximum. Hoogte piek zou ongeveer 2,7 (V) moeten bedragen. Grafiek moet nette assen ed hebben met de punten er goed ingezet en een vloeiende lijn erdoorheen. Aantal punten voldoende met een voldoende groot aantal rond de piek
2. (2)Zie ook de data, voldoende meetpunten rondom de resonantie en ook getekend om de juiste hoogte en frequentie te kunnen bepalen.
3. (3)Relatie netjes weergegeven. Omgekeerd evenredig gevonden. Mogelijk ook de bias door het eigen oppervlak van de bladveer! Onzekerheid via bijvoorbeeld de grafiek bepaald.
4. (1) ook omgekeerd evenredig.

Natuurkunde Olympiade Eindronde 2016

Praktikum toets mechanische black box uitwerking

Opdrachten A

(a) Met een meetlint:
$L = 0{,}500\ \mathrm{m}$
$z = 0{,}400\ \mathrm{m}$

(b) Door te balanceren:
$x_{CM} = 0{,}300\ \mathrm{m}$

(c) Voor het massamiddelpunt geldt:

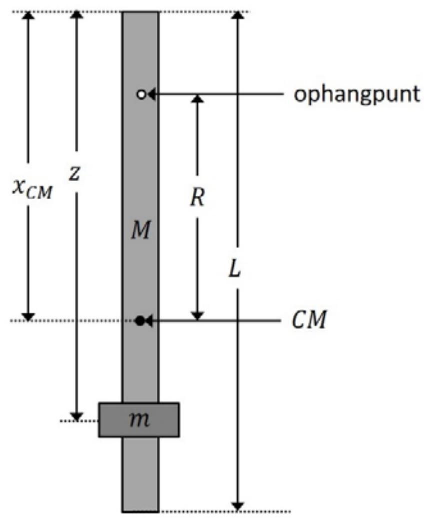
$$x_{CM} = \frac{mz + M\frac{L}{2}}{m + M}$$

Hier valt eenvoudig uit af te leiden:

$$\frac{m}{M} = \frac{x_{CM} - \frac{L}{2}}{z - x_{CM}}$$

Door het invullen van de gemeten waarden volgt:

$$\frac{m}{M} = 0{,}50$$



Opdrachten B

Enige theoretische beschouwingen.

In de nuttige informatie staat dat voor kleine uitwijkingen geldt:

$$[(M+m)R^2 + I_{CM}]\frac{d^2\theta}{dt^2} \approx -g(M+m)R\theta \qquad [1]$$

Dus volgt voor de periode:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I_{CM}+(M+m)R^2}{g(M+m)R}} \qquad [2]$$

Het traagheidsmoment I_{CM} van de 'blackbox' bestaat uit drie termen: twee van de staaf (het traagheidsmoment t.o.v. het midden van de staaf en de toepassing van Steiner naar het CM van de blackbox) en één van het blokje t.o.v. het CM:

$$I_{CM} = \frac{1}{3}M\left(\frac{L}{2}\right)^2 + M\left(x_{CM} - \frac{L}{2}\right)^2 + m(z - x_{CM})^2$$

$$I_{CM} = \frac{1}{3}ML^2 + Mx_{CM}^2 - MLx_{CM} + m(z - x_{CM})^2 \qquad [3]$$

(d) De vergelijking [2] kan herschreven worden tot:

$$T^2 \frac{g(M+m)}{4\pi^2} = \frac{I_{CM}}{R} + (M+m)R \qquad [4]$$

De deze vergelijking [4] kan herschreven worden tot:

$$T^2 R = \left(\frac{4\pi^2}{g}\right) R^2 + \frac{4\pi^2 I_{CM}}{(M+m)g} \qquad [5]$$

Dus de grafiek van T^2R v.s. R^2 zal een rechte lijn opleveren met helling:

$$\alpha = \frac{4\pi^2}{g} \qquad [6]$$

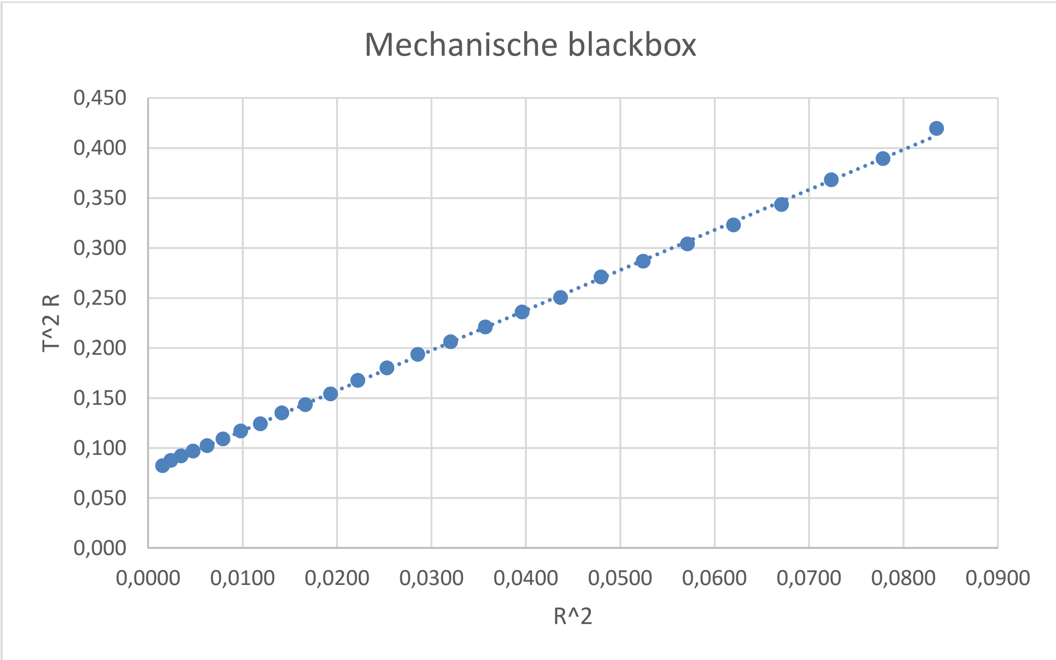
En y-as afsnede:

$$\beta = \frac{4\pi^2 I_{CM}}{(M+m)g} = \alpha \frac{I_{CM}}{(M+m)} \qquad [7]$$

(e) Metingen:

gat#	R	$\#T$		T	T^2	T^2R
(m)	(m)		(s)	(s)	(s^2)	(s^2m)
0,01	0,289	20	24,10	1,205	0,0835	0,420
0,02	0,279	20	23,63	1,182	0,0778	0,389
0,03	0,269	20	23,40	1,170	0,0724	0,368
0,04	0,259	20	23,03	1,152	0,0671	0,343
0,05	0,249	20	22,78	1,139	0,0620	0,323
0,06	0,239	20	22,56	1,128	0,0571	0,304
0,07	0,229	20	22,38	1,119	0,0524	0,287
0,08	0,219	20	22,25	1,113	0,0480	0,271
0,09	0,209	20	21,90	1,095	0,0437	0,251
0,10	0,199	20	21,78	1,089	0,0396	0,236
0,11	0,189	20	21,63	1,082	0,0357	0,221
0,12	0,179	20	21,47	1,074	0,0320	0,206
0,13	0,169	20	21,41	1,071	0,0286	0,194
0,14	0,159	20	21,29	1,065	0,0253	0,180
0,15	0,149	20	21,22	1,061	0,0222	0,168
0,16	0,139	20	21,06	1,053	0,0193	0,154
0,17	0,129	20	21,09	1,055	0,0166	0,143
0,18	0,119	20	21,31	1,066	0,0142	0,135
0,19	0,109	20	21,35	1,068	0,0119	0,124
0,20	0,099	20	21,75	1,088	0,0098	0,117
0,21	0,089	20	22,15	1,108	0,0079	0,109
0,22	0,079	20	22,78	1,139	0,0062	0,102
0,23	0,069	20	23,72	1,186	0,0048	0,097
0,24	0,059	20	25,00	1,250	0,0035	0,092
0,25	0,049	20	26,75	1,338	0,0024	0,088
0,26	0,039	20	29,07	1,454	0,0015	0,082

Grafiek:



Richtingscoëfficiënt bepalen: $4{,}0151\ \mathrm{s^2/m}$
Omschrijven van [6] levert en invullen levert: $g = 9{,}83\ \mathrm{m/s^2}$

(f) Uit [3] en [7] halen we:

$$(M+m) = \frac{\alpha}{\beta} I_{CM} = \frac{\alpha}{\beta}\left(\tfrac{1}{3}ML^2 + Mx_{CM}^2 - MLx_{CM} + m(z-x_{CM})^2\right)$$

$$(M+m) = M\left[\frac{\alpha}{3\beta}L^2 + \frac{\alpha}{\beta}x_{CM}^2 - \frac{\alpha}{\beta}Lx_{CM}\right] + m\left[\frac{\alpha}{\beta}(z-x_{CM})^2\right]$$

$$M\left[1 - \frac{\alpha}{3\beta}L^2 - \frac{\alpha}{\beta}x_{CM}^2 + \frac{\alpha}{\beta}Lx_{CM}\right] = m\left[\frac{\alpha}{\beta}(z-x_{CM})^2 - 1\right]$$

$$\frac{m}{M} = \frac{\left[1 - \frac{\alpha}{3\beta}L^2 - \frac{\alpha}{\beta}x_{CM}^2 + \frac{\alpha}{\beta}Lx_{CM}\right]}{\left[\frac{\alpha}{\beta}(z-x_{CM})^2 - 1\right]}$$

Invullen van alle gevonden waarden levert: $\frac{m}{M} = 0{,}44$

(g) Slingertijden zijn 'massa' ONafhankelijk. Dat komt omdat in zowel de terugwerkende kracht als de tweede wet van Newton de 'massa' staat. De afhankelijkheid van m en M kan alleen dus maar in een eenheidsloze vorm voorkomen.

(h) Door de gehele blackbox te wegen is een tweede vergelijking te vinden, nl.: $M + m$
Samen met de eerdere vergelijking m/M zijn de afzonderlijke massa's te bepalen.
In dit geval $M + m = 0{,}123\ \mathrm{kg}$.
Dat levert met het resultaat van (c) op: $M = 81\ \mathrm{g}$ en $m = 42\ \mathrm{g}$.